

## Fiche n°4A (ronéo 3) : Ondes

### I. Introduction

**Onde** : phénomène **vibratoire** qui **vibre/oscille** au cours du temps et se **propage**

→ transporte de l'**énergie** et non de la **matière** +++

**On retrouve 2 familles d'ondes :**

- **mécaniques (élastiques)** : ont besoin d'un **milieu matériel élastique** (milieux qui reviennent à leur situation d'éq. après perturbation) pour se propager

**Ex** : son, sismique, à la surface d'un liquide, ondes transverses sur une corde tendue

- **électromagnétiques (EM)** : **peuvent se propager dans le vide**

**Ex** : lumière, ondes radio

**Rôle de la source** : la **structure temporelle** de la perturbation suit celle de la source (en régime linéaire). Le **type de déformation** du milieu dépend du phénomène physique mis en jeu par la source.

**Rôle du milieu** : détermine la **vitesse de propagation** du phénomène.

**Exemple** : la vitesse de propagation des ondes sonores dans un gaz est du même ordre de grandeur que la vitesse d'agitation thermique des molécules. La vitesse du son dans l'air vaut  $340 \text{ m.s}^{-1}$  (valeur à connaître +++)

**On retrouve 2 principaux modes de propagation :**

Longitudinal (ondes L)	Transversal (ondes T)
Vibration <b>parallèle</b> au sens de propagation (→ ondes de « <b>compression</b> ») <b>Ex</b> : ressort comprimé, son dans l'air	Vibration <b>perpendiculaire</b> au sens de propagation (→ ondes de « <b>cisaillement</b> ») <b>Ex</b> : vibration sur une corde, ondes EM

Dans le vide, le champ électromagnétique des OEM a une direction perpendiculaire à celle de la propagation de l'onde.

### II. Vitesse de propagation

La tension que l'on applique à un ressort que l'on tend est proportionnelle à la **constante**

**de raideur** :  $T = K\Delta L$ . On peut en déduire la vitesse de propagation d'une onde :

Dans le cas d'un **ressort** :

$$v = \sqrt{\frac{K\Delta L}{\mu}}$$

⚠ Ici on parle de l'**ALLONGEMENT** du ressort ≠ de sa longueur

Dans le cas d'une **corde** :

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

#### Point unités

- $K$  = constante de raideur, en  $\text{N.m}^{-1}$
- $\Delta L$  = allongement du ressort, en m
- $\mu$  = masse linéique, en  $\text{kg.m}^{-1}$
- $T$  = tension, en N

➤ Si on **augmente** la tension la tension, on **augmente** la vitesse

➤ Si on **augmente** la masse linéique, on **diminue** la vitesse

Dans la ronéo et dans le diapo le prof vous fait un topo sur l'analyse dimensionnelle, je vous ai mis l'essentiel dans cette fiche, si vous voulez en savoir plus allez les checker

Par ailleurs le prof vous met les différentes vitesses d'autres types d'ondes, n'étant pas des notions tombant particulièrement au CC, je vous laisse aller checker le diapo/la ronéo

### III. Ondes progressives

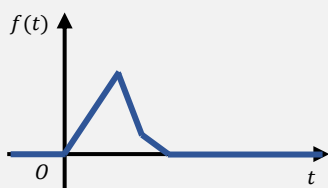
On suppose que l'onde se déplace dans **une seule dimension, une seule direction** et **qu'il n'y a pas d'amortissement**.

→ la fonction  $\psi(x, t)$  donnée par perturbation  $f(t)$  imposée par source au point O

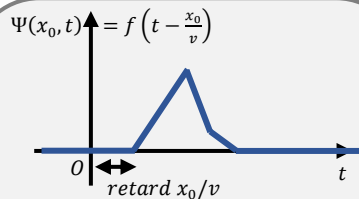
Donc onde se déplaçant → vers **x croissants** :  $f = \left(t - \frac{x}{v}\right)$

→ vers **x décroissants** :  $f = \left(t + \frac{x}{v}\right)$

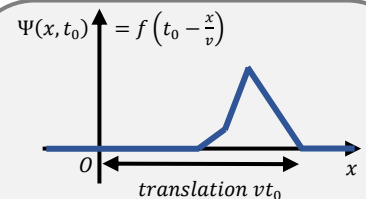
**On a plusieurs « profils » de l'onde :**



Profil initial de l'onde. Elle se propage à partir de l'origine O.



On regarde l'onde, en fct° du temps mais en un autre endroit de l'espace ( $x_0$ ). Le profil est similaire, mais « décalé dans le temps ». On observe un retard  $x_0/v$



On regarde l'ensemble de l'espace à un temps donné. On se place donc à un temps  $t_0$  après l'impulsion et on regarde les choses en fonction de  $x$ . Le profil est « inversé »

On prend une onde de fonction  $\psi = f\left(t \pm \frac{x}{v}\right)$  :

→ on la dérive par rapport **au temps** :  $\frac{\partial \psi}{\partial t} = f'$  donc  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = f''$

→ on la dérive par rapport **à la posit°** :  $\frac{\partial \psi}{\partial x} = \pm \frac{1}{v} f'$  donc  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} f''$

On en déduit l'équation d'une onde progressive à une dimension décrite par

**l'équation de d'Alembert** :  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$

→ **solution générale de l'équation** :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

↪ repose sur le **principe de superposition** : pour un problème physique donné à 2 solutions potentielles, la somme de ces 2 solutions est **aussi une solution** au problème

Les ondes allant dans 2 sens opposés, on définit la notion d'**interférences constructives et destructives** (keskecé ? rdv fiche 2 où tout est expliqué ☺).

Toute équation s'écrivant sous la forme  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = k \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$  correspond à une **équation d'onde**,

dont la **vitesse de propagation** est :

$$v = \sqrt{\frac{1}{k}}$$

#### IV. Notion d'impédance

**Impédance mécanique** : mesure de la **résistance opposée au mouvement par un milieu soumis à une force donnée**

On considère un **petit bout de corde compris entre  $x$  et  $x + \Delta x$**

On utilise le **PFD** et on cherche ce qui le met en mouvement :

$$m\vec{a} = \Sigma \vec{F}_{ext} = \Sigma \text{des tensions aux extrémités de la corde}$$

→ ces **tensions** sont **tangentes** à la forme de la corde en ces points.

Au point  $x$ , la **force verticale** s'exerçant sur la corde est :  $F_y = T \cdot \sin\theta$

On utilise l'approximation des petits angles :  $\tan\theta = \sin\theta$ , or

tangente = dérivée de la fonction d'onde :

$$\tan\theta = \frac{d\psi}{dx} = -\frac{1}{v} \frac{d\psi}{dt}$$

→ ainsi :

$$F_y = T \cdot \sin\theta = T \cdot \tan\theta = -\frac{T}{v} \frac{d\psi}{dt}$$

**Impédance** :

$$Z = \frac{T}{v} = \sqrt{T \cdot \mu} = \mu \cdot c$$

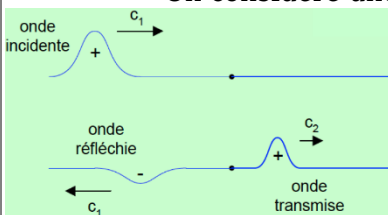
→ dans circuit électrique → **impédance = résistance**

$F_y$  est proportionnel à la vitesse verticale, par le facteur  $\frac{T}{v}$

Pour un ressort tendu :  $Z = \sqrt{KL\mu}$

#### V. Réflexion et transmission

On considère une corde composée de **2 cordes de nature  $\neq$**  :

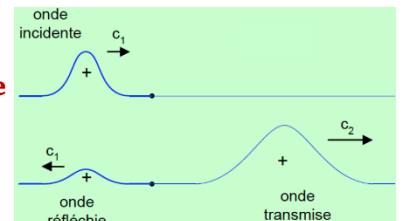


Si  $\mu_2 > \mu_1$ , alors  $Z_2 > Z_1$  et  $c_2 < c_1$

→ onde **transmise** avec amplitude **diminuée**

+ onde **réfléchie** amplitude **opposée**

→ **Réflexion partielle AVEC changement de signe**

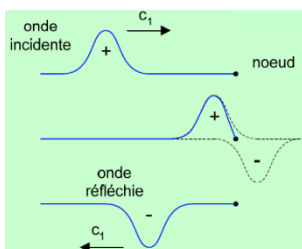


Si  $\mu_2 < \mu_1$ , alors  $Z_2 < Z_1$  et  $c_2 > c_1$

→ onde **transmise** avec amplitude **augmentée**

+ onde **réfléchie** amplitude de **même signe**

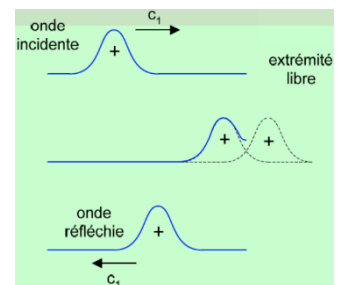
→ **Réflexion partielle SANS changement de signe**



**Extrémité fixe** →  $Z_2 = +\infty$

→ transmission **négligeable** et onde réfléchie négative

→ **Réflexion totale AVEC changement de signe**



**Extrémité libre** →  $Z_2 = 0$

→ transmission **négligeable** et réflexion

**maximale**

→ **Réflexion totale SANS changement de signe**

##### Point unités

- $Z$  = impédance, en  $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$
- $c$  = vitesse de l'onde en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
- $\mu$  = masse linéique, en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$

Lorsqu'un système peut s'exprimer en fonction d'impédances :

**Coeff de réflexion « r » :**

$$-1 < r < 1$$

$$r = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

**Coeff de transmission « t » :**

$$0 < t < 2$$

$$t = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

**Cas particuliers :**

- si  $Z_2 = 0$ ,  $r = 1$  et  $t = 2$
- si  $Z_2 = \infty$ ,  $r = -1$
- si  $Z_2 > Z_1$ ,  $r < 0$

## VI. Cas particuliers

### A. Ondes progressives

**Théorie de Fourier :** tous les phénomènes dépendant du temps peuvent se décrire comme une somme de fonctions sinusoïdales. Elle est utilisée pour les phénomènes oscillants, on reste dans la **théorie de la superposition**.

En connaissant ses composantes, on peut connaître la vitesse d'une onde :

$$\frac{\omega}{k} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{T} = v$$

$$P = \frac{1}{2} Z A^2 \omega^2$$

**Une onde transporte de l'énergie**, associée à une **puissance**

**NB :** tout ce qui est **énergétique** dans une onde est **proportionnel au carré de l'amplitude** de cette onde.

Lorsqu'il y a transmission de l'onde, la fréquence est conservée mais l'amplitude et la puissance sont modifiées. Qui dit puissance dit **énergie**. Tout système **conservant** son énergie, la puissance se **répartit** entre les **puissances des ondes réfléchies et transmises** :

$$\frac{P_r}{P_i} = \left( \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 = r^2$$

$$\frac{P_t}{P_i} = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} = t^2 \times \frac{Z_2}{Z_1}$$

$$P_i = P_r + P_t$$

#### Point unités

- $T$  = période physique, en s
- $\omega = \frac{2\pi}{T}$  = pulsation de l'onde en  $\text{rad.s}^{-1}$
- $k = \frac{2\pi}{\lambda} = nb$  d'ondes
- $P$  = puissance, en  $W = J.s^{-1}$

### B. Ondes stationnaires

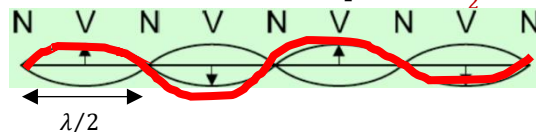
**2 ondes sinusoïdales de sens opposés** → se superposent de sorte qu'en  $x = 0$  → **milieu d'impédance infinie**

On obtient une **onde stationnaire** d'équation :  $\psi = 2A \cdot \sin(kx) \cdot \cos(\omega t)$   
→ l'onde est **périodique** dans l'espace :

- À un instant  $t = \frac{T}{4}$  → interférences **destructives**
- À un instant  $t = \frac{T}{2}$  → interférences **constructives**
- À un instant  $t = \frac{3T}{4}$  → interférences **destructives**

Non dit 2019-2020

La résultante globale de ces 3 situations est une **onde stationnaire** type avec des ventres et des nœuds → 2 ventres consécutifs sont séparés de  $\frac{\lambda}{2}$



Les modes de vibration de l'onde pour lesquels j'observe **2 nœuds aux extrémités de la corde** sont ceux pour lesquels  $\sin(kL) = 0$  :

$$kL = 0 \Leftrightarrow L = 0$$

$$kL = n\pi \Leftrightarrow L = n \frac{\lambda}{2}$$

$$f = \frac{c}{2L}$$

$$f_{(total)} = \frac{1}{T} = n \cdot f_i$$

→ **valeur de longueur de corde :**

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

→ **fréquence de vibration :**

$$f = \frac{n \cdot c}{2L} = n \cdot f_1$$

↪ si la fréquence fondamentale vaut  $f_1 = \frac{c}{2L}$ , alors pour tout harmonique, la fréquence sera multiple de la fondamentale :

$$1^{er} \text{ harmonique} = 2 \cdot f_1$$

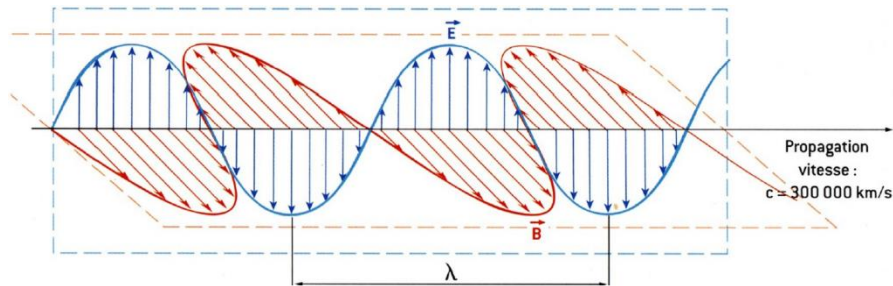
#### Point unités

- $L = \frac{\lambda}{2}$  = longueur, en m
- $f$  = fréquence de vibration, en  $s^{-1}$
- $k = \frac{2\pi}{\lambda} = nb$  d'ondes
- $P$  = puissance, en  $W = J.s^{-1}$

### C. Ondes électromagnétiques

= champs **électrique** + **magnétique** se propageant **perpendiculairement** entre eux et avec le sens de propagation. Ils sont mesurables en observant leur influence sur des charges.

Les ondes électromagnétiques peuvent se déplacer dans le vide ou dans la matière, avec une vitesse qui sera alors différente.



*DISCLAIMER : Cette fiche est un RÉSUMÉ de la ronéo. Elle contient toutes les infos qui nous paraissent essentielles, mais vous ne devez en AUCUN CAS vous en contenter. Ce qui est dans la ronéo qui n'est pas dans la fiche est également susceptible de tomber, nous ne pouvons PAS prévoir ce que les profs feront tomber +++*