

Fiche n°3 (ronéo 4) : Physique Quantique

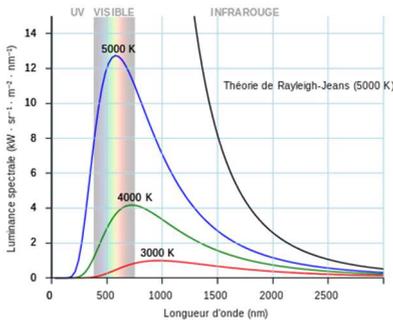
I. Les grandes étapes historiques de la physique quantique

‘À la fin du 19^{ème} siècle, la physique était divisée en théories principales : la mécanique de Newton et l’électromagnétisme de Maxwell permettant de comprendre deux concepts : la particule matérielle et les ondes’

A. Le rayonnement du corps noir

Si on chauffe un corps à une certaine température, il émettra un spectre continu de REM.

Un corps chauffé change de **couleur** car d’**énergie** et donc de λ .



Pour un objet à 5000K, les prédictions théorique nous donnent une courbe divergeant vers l’infini, or par les mesures on s’aperçoit que la courbe obtenue est bien différente (cf schéma).

Si on prend la λ_{max} et la T°K → on obtient la **loi de déplacement de Wien** :

$$\lambda_{max} \cdot T = \text{constante} = 0,29 \text{ cm} \cdot \text{K}$$

$$\lambda_{max} = \frac{0,29}{T}$$

En QCM, on peut l’arrondir à 0,3 cm.K

NB : Pour la loi de Wien, λ est en cm

Quand la T°C ↑ les longueurs d’onde **diminuent**, les fréquences sont cependant plus élevées car

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Plus la T°C est grande, plus l’intensité lumineuse est grande, plus les λ sont basses.

La théorie classique ne marchant que pour des grandes λ (donc basses E), **Planck** découvre les courbes du corps noir en faisant l’hypothèse d’un d’une énergie discontinue.

Planck répond : la matière est constituée d’**oscillateurs avec une fréquence caractéristique**. Il y a alors des échanges que par des **quantités discrètes** : des **quanta** d’énergies multiples d’une énergie minimale $h\nu$.

Einstein rétorque : CEM → constitués de **paquets de lumière** = quantum de **rayonnements** :

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \hbar \cdot \omega \text{ avec } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Lewis débarque : paquets de lumière = photons

Point unités

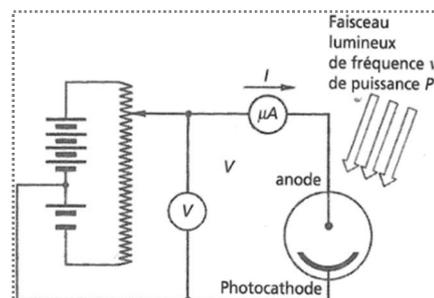
- $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ → Constante de Planck
- $T = \text{température en K}$
- $T^\circ\text{K} = T^\circ\text{C} + 273$
- $\lambda = \text{longueur d'onde en m}$
- $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

B. L’effet photoélectrique

Hertz a montré : si on envoie de la **lumière UV** sur du métal, alors on **arrache des e⁻ de ce métal**. L’anode capte une partie de ces électrons.

Description du montage :

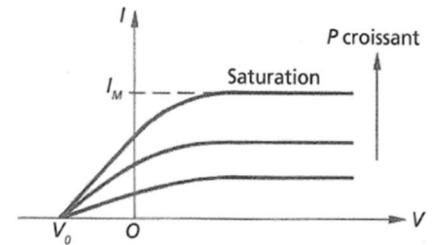
- vide **puissé** dans cellule photoélectrique
- faisceau d’OEM (généralement dans les UV)
- **photocathode** captant le faisceau lumineux
- **générateur de tension** aux bornes du système
- **ampèremètre** mesurant le courant



Ainsi on observe que :

→ si on augmente la **tension**, le **courant** augmente jusqu'à une valeur constante : le courant de **saturation**

→ si on diminue la **tension**, le **courant** diminue jusqu'à $|V_0|$ (= **contre tension maximale**), valeur à partir de laquelle il n'y a plus de courant



Explication : On arrache les e^- qui ont une **énergie cinétique**.

Si la contre tension est **positive** → e^- attirés vers l'**anode** → e^- **accélérés**

Si la contre tension est **négative** → e^- attirés vers la **cathode** → e^- **décélérés**

Si la contre tension est **négative** et **inférieure ou égale à V_0** , les e^- sont tellement ralentis qu'ils se retrouvent arrêtés, le courant est alors **interrompu**.

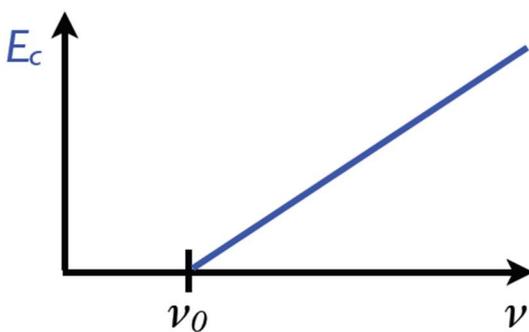
On a la relation :

$$E_c = e|V_0|$$

Ce n'est donc pas la tension qui arrache les électrons mais bien les **photons (grâce à leur énergie)**.

Ainsi l' E_c à la **contre-tension max** ne dépend pas de l'intensité lumineuse.

La **puissance de rayonnement** dépend du **nombre de photons** arrivant sur la **photocathode** (émis). Plus la **puissance** est élevée, plus on arrache d' e^- , plus le **courant de saturation** augmente.



On observe que l'**énergie cinétique** augmente **linéairement** avec la fréquence à partir d'une **fréquence seuil ν_0** .

NB1 : quel que soit le type de métal, il y a une **même pente k**, le coefficient directeur de cette droite est la **constante de Planck !**

NB2 : La valeur seuil va dépendre du métal que l'on utilise pour la photocathode.

Einstein explique : Sur le graphique de l'énergie cinétique, le 0 correspond à un électron libre, s'il est lié à la photocathode, l'énergie sera négative → l'énergie du photon doit être supérieure à cette énergie de liaison (aussi appelée travail d'extraction). L'effet PE met en évidence le côté particulaire de la lumière. On a :

$$E_c = h \cdot \nu - W = h \cdot \nu - h \cdot \nu_0 = h(\nu - \nu_0)$$

Calcul du **nombre de photons émis par s :**

$$n = \frac{\text{énergie de la lampe}}{\text{énergie d'un photon} = h\nu}$$

L'énergie cinétique des électrons dépend de la **fréquence** du rayonnement, le **nombre** d'électrons arrachés dépend de l'**intensité** du rayonnement.

C. Stabilité et spectre des atomes

Thomson pense : PUDDING (miam). C'est un modèle où tout se mélange.

Rutherford explique : **modèle planétaire de l'atome**. Rutherford a finalement raison.

Dans le cas de l'atome d'H, l'électron gravite autour du proton avec un **mouvement**

circulaire uniforme, en possédant une **accélération centripète**.

Maxwell dit : Un électron tournant autour d'un noyau devrait émettre de l'énergie et le rayon de son orbite devrait diminuer. L'application de la 3^è loi de Kepler nous dit que l' e^- devrait s'effondrer sur le proton et émettre un **spectre continu**, or quand un atome est excité, on obtient un **spectre de raies**.

Exemple du spectre de raies de l'atome d'hydrogène :

- **Balmer** l'observe dans le **visible**
- **Lyman** dans l'**UV**
- **Paschen** dans l'**IR**

Les raies de Balmer correspondent à certains couples de valeurs : $m = 2$ et $3 \leq n \leq 6$

Point unités ✎

- $R_h = 1,097 \cdot 10^7 m^{-1}$
= constante de Rydberg
- m = numéro de couche du premier e^-
- n = numéro de couche du deuxième e^-

Les **longueurs d'onde émises** par l'H vérifient :

$$\frac{1}{\lambda} = R_h \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Cette formule marche en fait avec tous les atomes

Bohr répond avec son modèle d'atome : seules certaines orbites sont autorisées ; le **passage d'une orbite à une autre** nécessite **émission/absorption photon**. Il postule que le **moment cinétique des e^- est quantifié** et est un multiple de \hbar .

Point tutrice : $v = \frac{c}{\lambda}$
Donc si on remplace $\frac{1}{\lambda}$ par v dans l'équation ci-dessus on obtient :
$$v = c \cdot R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Énergie mécanique de l'électron :

$$E_n = -k^2 \frac{me^4}{2\hbar n^2} = -\frac{E_h}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}$$

Rayon des orbites :

$$r_n = a_0 \cdot n^2$$

D. Dualité onde-corpuscule : au-delà du photon

De Broglie : étend **dualité onde/particule** à toute particule de matière ; on observe des **figures de diffractions** avec un faisceau d'électrons, ce **phénomène est proprement ondulatoire**.

Ainsi :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Énergie cinétique d'une particule :

$$\frac{1}{2} m v^2 = e \cdot V \Leftrightarrow m v = \sqrt{2 e V m}$$

Application du calcul **longueur d'onde e^-** :

$$\lambda = \frac{1,2 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{V}}$$

Pour les protons :
$$\lambda = \frac{2,9 \cdot 10^{-11}}{\sqrt{V}}$$

λ suivant la valeur de λ trouvée \rightarrow phénomènes quantiques : **diffractions, interférences** \rightarrow dominants si $\lambda \gtrsim a$ et $pa \lesssim \hbar$

Autre méthode : on sait que $\lambda = 1,2 \text{ \AA}$ pour une ddp de 100 V, donc on peut faire le rapport des deux ddp : si V diminue d'un facteur 4, λ augmente d'un facteur 2

NB : La valeur des longueurs d'onde retrouvée pour les électrons est proche du rayon des atomes ! L'aspect ondulatoire est donc essentiel pour ces particules (mais pas dans la vie de tous les jours).

II. Apports de la physique quantique à la physique moderne

A. L'équation de Schrödinger stationnaire

Elle permet de décrire la forme de l'onde que décrit une particule.

On a : $E_c = \frac{p^2}{2m}$ (car $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ et $p = mv$), ainsi $E_m = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r})$

On obtient le nombre d'onde de De Broglie, avec l'équation de De Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$ et le nombre d'onde

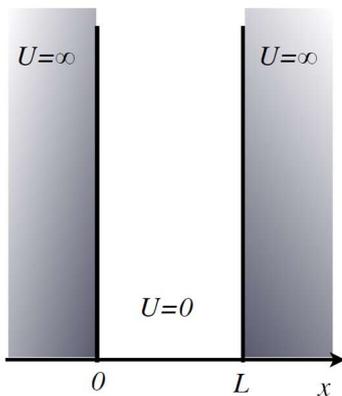
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$k^2 = \frac{p^2}{\hbar^2} = \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(\vec{r})]$$

→ **équation différentielle :**

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)]\psi(x) = 0$$

Les solutions n'existent que pour des valeurs particulières de E que l'on appelle son **spectre**.



Le puits plat infiniment profond :

Particule dans quelque chose l'empêchant de sortir. On considère qu'elle est soit au repos, soit en mvt (sans frottements), elle peut être dans tous les états d'énergie possibles.

L'énergie potentielle est **nulle** entre 0 et L/**infinie** en dehors de cette région

→ **fonction d'onde de la particule nulle** en dehors de la zone de confinement

→ **non-nulle** entre 0 et L

→ **s'annule** en 0 et en L

Ainsi on obtient l'**énergie de la particule :**

$$E = n^2 \cdot \frac{h^2}{8mL^2} = n^2 \cdot E_1$$

$$= n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

→ L'énergie de la particule est **quantifiée** du fait de son confinement.

NB : si le système devient **+ grand**, les **niveaux d'énergie se resserrent**.

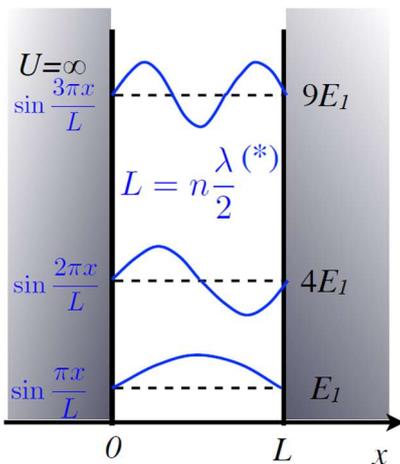
Puisque la fonction $\psi(x) = C \cdot \sin(kx)$ s'annule en 0 et en L :

- si $x = 0$, $\psi(0) = C \cdot \sin(k \cdot 0) = 0$

- si $x = L$, $\psi(L) = C \cdot \sin(kL) = 0 \Rightarrow$

$$k = n \frac{\pi}{L} \Leftrightarrow L = n \frac{\lambda}{2}$$

B. Interprétation probabiliste de la mécanique quantique



Cette interprétation est une interprétation probabiliste de la **fonction d'onde de Schrödinger** ; l'onde $\psi(x)$ ne peut pas être mesurée de façon continue. Elle dit que le **module carré de la fonction d'onde complexe** relié à la **probabilité de présence de la particule dans un volume $dv = dx dy dz$** , vaut :

On reprend l'exemple de la particule confinée dans le puits plat infiniment profond :

$$dP = |\psi(x, y, z)|^2 dV$$

Pour **$n=1$** → la particule a plus de chances de se retrouver **au centre** que sur les bords. La proba de trouver la particule est **maximum au centre** et **minimum aux extrémités**.

Pour **$n=2$** → la proba de trouver la particule est **minimum au centre et au niveau des extrémités** mais **maximum à $1/4$ et à $3/4$ de L**.

Ainsi, plus **$n \uparrow$** , plus il y a d'endroits avec **proba nulle/proba max** de trouver la particule. On a donc :

$$c = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

C. Relation d'incertitude d'Heisenberg

C'est une conséquence de l'équation de Schrödinger.

Si un **faisceau de particule** subit une **diffraction**, au moment où la particule **traverse la fente**, on a une idée sur son **emplacement** et une idée sur l'**extension de sa quantité de mouvement** selon y.

Si on analyse la trajectoire de la particule → détermination de sa **position de départ** avec une **incertitude** $\Delta y \approx a$ (avec a largeur de la fente).

Si on regarde la **figure de diffraction** sur un écran → particules déviées d'un angle θ → **quantité de mouvement transverse** modifiée → **incertitude sur quantité de mvt :**

$$\Delta p = p_y \approx p_0 \theta = \frac{h}{\lambda} x \frac{\lambda}{a} = \frac{h}{a} \Leftrightarrow \Delta p \cdot \Delta y \approx h$$

Heisenberg montre : le produit de l'incertitude de la position de la particule par l'incertitude sur la quantité de mvt est supérieur ou égal à $\frac{\hbar}{2}$:

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}$$

Si on **gagne en précision** sur l'une des deux composantes → **perte de précision** sur l'autre.

Heisenberg montre : lien entre **incertitude sur le temps** et **incertitude sur l'énergie** :

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

→ si on veut une **grande précision** sur l'énergie d'une particule

→ on doit l'**observer pendant très longtemps**

Les deux relations de Heisenberg sont **très liées** :

Par une jolie démonstration mathématique (que je vous laisse checker sur le diapo si vraiment ça vous intéresse) nous trouvons :

$$\Delta E \cdot \Delta t = \Delta p \cdot \Delta y$$

Interprétation relation incertitude temps-énergie :

Pour un système avec énergie pas bien définie, plus ΔE est grand, plus le temps caractéristique d'évolution est court car

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

On a cependant aucun état stationnaire, ainsi pour un atome dans un **état excité** → se désexcite en émettant un photon au bout de $\Delta t = \tau \approx 10^{-9} \text{s}$ et ainsi

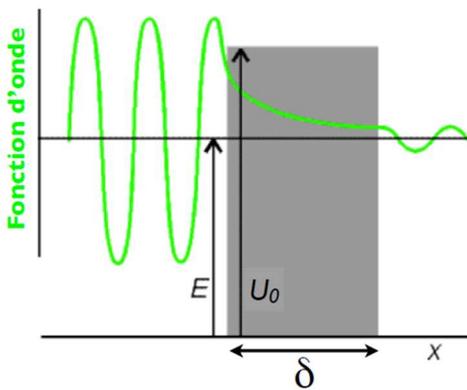
$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\tau} \approx 10^{-6}$$

(Ici je vous laisse checker les diapos si vraiment ça vous intéresse, mais le prof ne le développe absolument pas en cours)

D. Effet tunnel et microscopie

C'est un autre phénomène lié à la physique quantique.

Selon la mécanique classique, si une particule avec une **énergie $E <$ hauteur U_0** de la barrière essaie de franchir cette barrière avec une certaine E_c , elle fera demi-tour lorsque $E_{\text{pot}} = E_{\text{totale}}$.



La physique quantique dit que, la particule peut franchir la barrière avec une **proba réduite mais non nulle**, si la couche de cette barrière est **suffisamment fine** ; une partie de l'onde associée à la particule peut **s'étendre au-delà de l'endroit où l'EP devient plus grande**. L'amplitude de cette onde va diminuer de façon **exponentielle**.

L'**amplitude de probabilité** est reliée à un **paramètre λ_0** , qui peut se calculer en fonction de la **différence d'énergie $U_0 - E$** .

On en déduit la distance sur laquelle l'effet tunnel peut avoir lieu :

$$P \propto e^{-\frac{2\delta}{\lambda_0}}$$

Application : microscopie par effet tunnel

→ utilisation de cet effet **purement quantique** en utilisant une **pointe conductrice** pour déterminer **morphologie de surfaces conductrices/semi-conductrices** avec **résolution spatiale \leq taille des atomes**.

Choups : Finito pour cette fiche !! Dédi à moi parce que comprendre la démonstration de l'équation de Schrödinger, je ne pensais pas en être capable, et puis dédi à mes pioux, je vous fais confiance ! Dédi à ma co-tut du love et un peu à toutes les personnes que je connais (peur d'oublier quelqu'un donc je vous nomme pas tous 😊)

Amandab : Dédi à tous ceux que je cite à chaque fois (vous vous reconnaitrez de toute façon 😊) Dédi à nos vieux et à ma co-tut sans qui j'arriverais clairement pas à faire autant de choses !

À Julien.