Correction du DM n°4 Variables

1/	C	**2/**	B	**3/**	C	**4/**	D	**5/**	E
6/	A	**7/**	A	**8/**	E	**9/**	E	**10/**	B
11/		**12/**		**13/**		**14/**		**15/**	
16/		**17/**		**18/**		**19/**		**20/**	
21/		**22/**		**23/**		**24/**		**25/**	
26/		**27/**		**28/**		**29/**		**30/**	
31/		**32/**		**33/**		**34/**		**35/**	
36/		**37/**		**38/**		**39/**		**40/**	

QRU 1 : C

A) Faux : On voit ici qu'on doit utiliser une loi géométrique car on attend notre 1er succès et on s'arrête après.
B) Faux : Attention ici dans l'énoncé on nous donne la proba **qu'elle n'aime pas**, alors qu'on nous demande au bout de combien de fois elle aime. Donc notre succès est « aimer les sushis ».
On en déduit que q = 60% et p = 40%
k = 5 d'après l'énoncé
On peut poser :
$P(X=k)=p\,.\,q^{k-1}$ donc $P(X=5)=0{,}4\,.\,0{,}6^4$
C) Vrai : La moyenne de la loi géométrique s'écrit $\mu=\frac{1}{p}=\frac{1}{0{,}4}=\frac{10}{4}=2{,}5$
D) Faux : attention il manque le carré au dénominateur : $\sigma^2\,\frac{1-p}{p^2}$
E) Faux

QRU 2 : B

A) Faux : pour Poisson μ = λ alors que pour Bernoulli μ = p
B) Vrai : σ² = npq = μq
C) Faux : $\mu=\frac{nD}{N}=np$
D) Faux : μ = p mais σ² = pq
E) Faux

QRU 3 : C

A) Faux : On voit ici qu'on doit effectivement utiliser une loi Binomiale : On fait un nombre « n » de tentatives indépendantes et on regarde le nombre de tentatives réussies.
D'après l'énoncé, p = 0,05 donc q = 0,95 , n = 100 k = 20
On peut donc écrire : $P(X=k)=C_n^k\,.\,p^k\,.\,q^{n-k}$ donc $P(X=20)=C_{100}^{20}\,.\,0{,}05^{20}\,.\,0{,}95^{80}$
B) Faux : On a une loi Binomiale avec n > 50 et p < 0,1 et np ≤ 5. On peut donc l'approximer en loi de Poisson de paramètre P(np) donc P(5)
C) Vrai : On a une loi binomiale avec np et nq ≥ 5 donc on peut l'approximer en loi Normale de paramètres N(np ; $\sqrt{npq}$) donc N(5 ; $\sqrt{4{,}75}$)
D) Faux : On a bien vu ici que c'était une loi Binomiale
E) Faux

QRU 4 : D

D'après l'énoncé on comprend que la loi à utiliser est la loi Hypergéométrique : On cherche à savoir quelle proportion d'un échantillon va présenter un caractère présent (ici la péremption) dans la population.

On pose tous nos paramètres :
« N » l'effectif de la population sur laquelle on va travailler, ici **N = 5000**
« D » l'effectif dans N qui présente un caractère étudié, ici **D = 3000**
« n » l'effectif de l'échantillon pris dans N, qui va être analysé, ici **n = 50**
« k » l'effectif recherché de personnes dans n pouvant présenter le caractère D, ici **k = 10**

On pose ensuite la formule qu'on connait par cœur :
$P(X=k)=\frac{C_D^k C_{N-D}^{n-k}}{C_N^n}$ donc $P(X=10)=\frac{C_{3000}^{10}\cdot C_{2000}^{40}}{C_{5000}^{50}}=\frac{C_{2000}^{40}\cdot C_{3000}^{10}}{C_{5000}^{50}}$

QRU 5 : E

A) Faux : $\mu = \frac{nD}{N} = np$
B) Faux : $\sigma^2 = \frac{(N-n)}{(N-1)} npq$ attention au carré qui différencie variance et écart-type
C) Faux : Au contraire on applique la loi Binomiale
D) Faux : Pas d'approximation pour la loi Hypergéométrique
E) Vrai

QRU 6 : A

On cherche ici à obtenir un premier succès au bout d'un nombre k d'essais. C'est donc une loi Géométrique.

QRU 7 : A

On peut poser notre loi : $P(X = k) = pq^{k-1}$ donc $P(X = 3) = 0{,}1 \,.\, 0{,}9^2 = 0{,}1 \,.\, 0{,}81 = 0{,}081$

QRU 8 : E

Ici on définit nos paramètres pour notre loi B(p)
p = 0,7
q = 1-p = 0,3
µ = p = 0,7
σ^2 = pq = 0,21

QRU 9 : E

On va ici utiliser une loi de Poisson car on a une variable discrète (nombre de fois où Kevin met des paillettes dans ma vie) avec une unité de temps [donc item C faux] avec un λ = 16 par semaine donc λ = 64 par mois. [donc item D faux]. k = 45 d'après l'énoncé.
On pose ce qu'on connait : $P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ Ça devient $P(X = 45) = \frac{64^{45} e^{-64}}{45!}$
Les items A et B sont donc faux.

On a une loi de Poisson avec λ = 64 donc λ > 25 , on peut donc l'approximer en loi Normale de paramètres N(λ ; $\sqrt{\lambda}$) donc N(64 ; 8)

QRU 10 : B

Ici on fait « n » essais indépendants et on regarde si on a un succès ou un échec, on utilisera donc une loi Binomiale.
La probabilité de tirer une boule rouge est égale à 3/15 donc à 1/5 = 0,2
On définit donc p = 0,2 et q = 1-p = 0,8
On a aussi n = 20 et k = 7
On peut poser : $P(X = k) = C_n^k \,.\, p^k \,.\, q^{n-k}$ qui devient $P(X = 7) = C_{20}^7 \,.\, 0{,}2^7 \,.\, 0{,}8^{13}$

