Fiche n°4A (ronéo 3) : Ondes

I. Introduction

Onde : phénomène **vibratoire** qui **vibre/oscille** au cours du temps et se **propage**
→ transporte de l'**énergie** et non de la **matière +++**

On retrouve 2 familles d'ondes :
- **mécaniques (élastiques) :** mouvements **locaux** de **matière**
  → ont besoin d'un milieu matériel élastique (milieux qui reviennent à leur situation d'éq. après perturbation) pour se propager
  Ex : son, sismique, à la surface d'un liquide, dans une corde

- **électromagnétiques (EM) :** peuvent se propager dans le vide
  Ex : lumière, onde radio

Rôle de la source : la **structure temporelle** de la perturbation suit celle de la source. Le **type de déformation** du milieu est aussi déterminé par la source.

Rôle du milieu : détermine la **vitesse de propagation** du phénomène.

On retrouve 2 principaux modes de propagation :

Longitudinal (ondes L)	Transversal (ondes T)
Vibration **parallèle** au sens de propagation (→ ondes de « **compression** ») **Ex :** ressort comprimé, son dans l'air	Vibration **perpendiculaire** au sens de propagation (→ ondes de « **cisaillement** ») **Ex :** vibration sur une corde, ondes EM

NB : *toutes les ondes ne sont pas des déplacements physique (vectoriels).*
Une onde EM est définie par un champ électrique $\vec{E}$ oscillant **perpendiculairement** à la direction de propagation.
Une onde ayant propagation associée à une quantité physique scalaire → **onde scalaire**

II. Vitesse de propagation

La tension que l'on applique à un ressort que l'on tend est proportionnelle à la **constante de raideur** : $T = K\Delta L$. On peut en déduire la vitesse de propagation d'une onde :

Dans le cas d'un **ressort :** $v = \sqrt{\frac{K\Delta L}{\mu}}$

/!\ Ici on parle de l'ALLONGEMENT du ressort ≠ de sa longueur

Dans le cas d'une **corde :** $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

Les ondes **EM** ont la **vitesse la + grande**

Point unités
- K = *constante de raideur*, en $N.m^{-1}$
- ΔL = *allongement du ressort*, en m
- μ = *masse linéique*, en $kg.m^{-1}$
- T = *tension*, en N

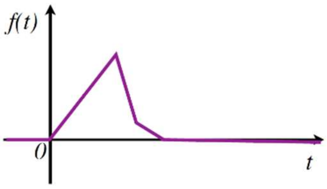
III. Ondes progressives

On suppose que l'onde se déplace dans **une seule dimension**, **une seule direction** et **qu'il n'y a pas d'amortissement**.
→ la fonction $\psi(x,t)$ donnée par perturbation $f(t)$ imposée par source au point O

Donc onde se déplaçant → vers **x croissants** : $\boldsymbol{f = (t - \frac{x}{v})}$

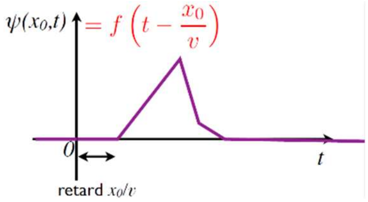
→ vers **x décroissants** : $\boldsymbol{f = (t + \frac{x}{v})}$

On a plusieurs « profils » de l'onde :

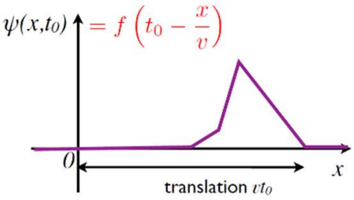


← profil **initial** de l'onde partant de l'origine O

Onde observée à une **distance x_0** →
L'onde arrive avec un **retard x_0/v**, avec un profil identique



↑ On regarde en un point ce qu'il se passe au cours du temps



← On regarde à un temps donné ce qu'il se passe partout

On prend une onde de fonction $\boldsymbol{\psi = f(t \pm \frac{x}{v})}$:

→ on la dérive par rapport **au temps :** $\frac{\partial \psi}{\partial t} = f'$ donc $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = f''$

→ on la dérive par rapport **à la posit° :** $\frac{\partial \psi}{\partial x} = \pm \frac{1}{v} f'$ donc $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \pm \frac{1}{v^2} f''$

On en déduit l'équation d'une onde progressive à une dimension :

équation d'Alembert : $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$

→ **solution générale de l'équation :** $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$

↪ repose sur le **principe de superposition :** pour un problème physique donné à **2 solutions potentielles**, **la somme** de ces 2 solutions est **aussi une solution** au problème

Les ondes allant dans 2 sens opposés, on définit la notion d'**interférences constructives et destructives** (keskecé ? rdv fiche 2 où tout est expliqué 😉).

Toute équation s'écrivant sous la forme $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = k \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$ correspond à une **équation d'onde**,

dont la **vitesse de propagation** est : $v = \sqrt{\frac{1}{k}}$

IV. Notion d'impédance

Impédance mécanique : caractérise la **résistance du milieu** au **passage de l'onde.**

On considère un **petit bout de corde compris entre x et $x + \Delta x$**
On utilise le **PFD** et on cherche ce qui le met en mouvement :

$m\vec{a} = \Sigma\vec{F}_{ext} = \Sigma des\ tensions\ aux\ extrémités\ de\ la\ corde$

→ ces **tensions** sont **tangentes** à la forme de la corde en ces points.

Au point x, la **force verticale** s'exerçant sur la corde est : $\boldsymbol{F_y = T.sin\theta}$

F_y est proportionnel à la vitesse verticale, par le facteur $\frac{T}{v}$

On utilise l'approximation des petits angles : $\boldsymbol{tan\theta = sin\theta}$, or

tangente = dérivée de la fonction d'onde : $$tan\theta = \frac{d\psi}{dx} = -\frac{1}{v}\frac{d\psi}{dt}$$

→ ainsi : $$F_y = T.sin\theta = T.tan\theta = -\frac{T}{v}\frac{d\psi}{dt}$$

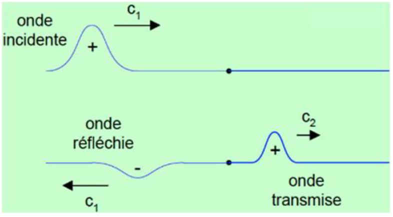
Impédance : $$Z = \frac{T}{v} = \sqrt{T.\mu} = \mu.c$$

→ **dans circuit électrique** → **impédance = résistance**

Pour une corde tendue : $Z = \sqrt{KL\mu}$

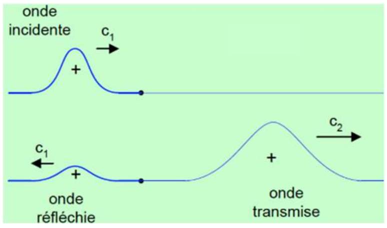
V. Réflexion et transmission

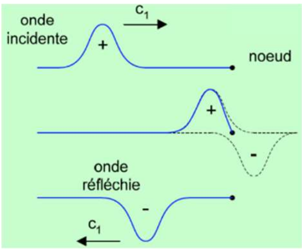
On considère une corde composée de **2 cordes de nature ≠** :



Si $Z_2 > Z_1$, alors $\mu_2 > \mu_1$ et $c_2 < c_1$
→ onde **transmise** avec amplitude **diminuée**
+ onde **réfléchie** amplitude **opposée**
→ Réflexion partielle AVEC changement de signe

Si $Z_2 < Z_1$, alors $\mu_2 < \mu_1$ et $c_2 > c_1$
→ onde **transmise** avec amplitude **augmentée**
+ onde **réfléchie** amplitude de **même signe**
→ Réflexion partielle SANS changement de signe

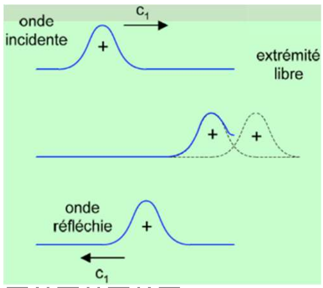




Extrémité fixe → $Z_2 = +\infty$
→ transmission **négligeable** et onde réfléchie négative
→ Réflexion totale AVEC changement de signe

Point unités
- Z = *impédeance*, en $kg.s^{-1}$
- c = *vitesse de l'onde* en $m.s^{-1}$
- μ = *masse linéïque*, en $kg.m^{-1}$

Extrémité libre → $Z_2 = 0$
→ transmission **négligeable** et réflexion **maximale**
→ Réflexion totale SANS changement de signe



Lorsqu'un système peut s'exprimer en fonction d'impédances :

Coeff de réflexion « r » :
$-1 < r < 1$

$$r = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Coeff de transmission « t » :
$0 < t < 2$

$$t = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

Cas particuliers :
- si $Z_2 = 0, r = 1\ et\ t = 2$
- si $Z_2 = \infty, r = -1$
- si $Z_2 > Z_1, r < 0$

VI. Cas particuliers

A. Ondes progressives

Théorie de Fourier : tous les **phénomènes dépendant du temps** peuvent se décrire comme une somme de fonctions sinusoïdales. Elle est utilisée pour les **phénomènes oscillants**, on reste dans la **théorie de la superposition.**
En connaissant ses composantes, on peut connaitre la vitesse d'une onde :

$$\frac{\omega}{k} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{T} = v$$

Une onde transporte de l'énergie, associée à une **puissance**

$$P = \frac{1}{2} Z A^2 \omega^2$$

NB : tout ce qui est **énergétique** dans une onde est **proportionnel au carré de l'amplitude** de cette onde.

Lorsqu'il y a transmission de l'onde, la fréquence est conservée mais l'amplitude et la puissance sont modifiées. Qui dit puissance dit **énergie**. Tout système **conservant** son énergie, la puissance se **répartit** entre les **puissances** des **ondes réfléchies et transmises** :

$$\frac{P_r}{P_i} = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2 = r^2 \qquad \frac{P_t}{P_i} = \frac{4 Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} = t^2 \times \frac{Z_2}{Z_1} \qquad P_i = P_r + P_t$$

Point unités
- T = *période physique*, en s
- $\omega = \frac{2\pi}{T}$ = *pulsation de l'onde* en $rad.s^{-1}$
- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ = *nb d'ondes*
- P = *puissance*, en $W = J.s^{-1}$

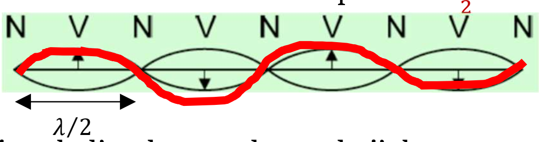
B. Ondes stationnaires

2 ondes sinusoïdales de sens opposés → se superposent de sorte qu'en $x = 0$ → **milieu d'impédance infinie**

On obtient une **onde stationnaire** d'équation : $\psi = 2A.\sin(kx).\cos(\omega t)$
→ l'onde est **périodique** dans l'espace :

- À un instant $t = \frac{T}{4}$ → interférences **destructives**
- À un instant $t = \frac{T}{2}$ → interférences **constructives**
- À un instant $t = \frac{3T}{4}$ → interférences **destructives**

La résultante globale de ces 3 situations est une **onde stationnaire** type avec des ventres et des nœuds → 2 ventres consécutifs sont séparés de $\frac{\lambda}{2}$



Les modes de vibration de l'onde pour lesquels j'observe **2 nœuds aux extrémités de la corde** sont ceux pour lesquels $\sin(kl) = 0$:

- $kL = 0 \Leftrightarrow L = 0$
- $kL = \pi \Leftrightarrow L = \frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow$ $f = \frac{c}{2L}$

$$f_{(total)} = \frac{1}{T} = n.f_i$$

Point unités
- $L = \frac{\lambda}{2}$ = *longueur*, en m
- f = *fréquence de vibration*, en s^{-1}
- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ = *nb d'ondes*
- P = *puissance*, en $W = J.s^{-1}$

→ **valeur de longueur de corde :** $L = \frac{\lambda}{2}$

→ **fréquence de vibration :** $f = \frac{n.c}{2L} = n.f_1$

↪ si la fréquence fondamentale vaut $f_1 = \frac{c}{2L}$, alors pour tout harmonique, la fréquence sera multiple de la fondamentale : $1^{er}\ harmonique = 2.f_1$

C. Ondes électromagnétiques

= champs **électrique** + **magnétique** se propageant **perpendiculairement** entre eux et avec sens propagation. Ils sont mesurables en soumettant la matière à leur passage.