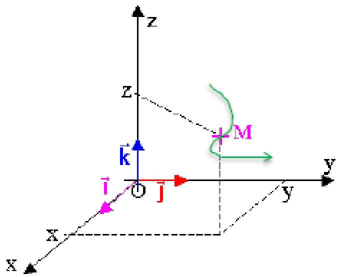
# PHYSIQUE GENERALE

*Plan :*



## 1/ MECANIQUE NEWTONNIENNE

### 1.1 Référentiel




Le référentiel R est constitué d'un :

- ➔ **Repère mathématique** (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$)
- ➔ **Repère du temps** (horloge)

Dans R, **OM(t)** est le vecteur position de M à l'instant t.

### 1.2 Cinématique d'objet ponctuel

➔ **Vecteur vitesse** (instantanée de M) :

- Est définie comme la **dérivée de OM(t)** par rapport au temps : $\vec{v} = \dfrac{d\mathbf{OM}(t)}{dt}$

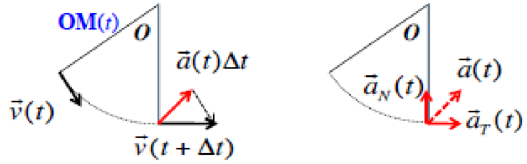
> ⚠ Le vecteur vitesse est **TOUJOURS** tangent à la trajectoire de M au point qu'il occupe à l'instant t.

➔ **Vecteur Accélération** :

- Est définie comme la **dérivée de son vecteur vitesse** par rapport au temps :

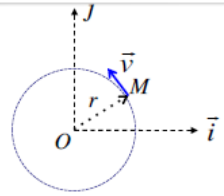
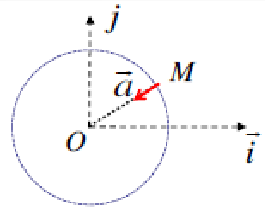
$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \approx \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

- On décompose l'accélération comme la somme vectorielle de :
  - ⇨ $a_T(t)$ : la composante **tangentielle, colinéaire** à v(t)
  - ⇨ $a_N(t)$ : la composante **normale, perpendiculaire** à v(t), toujours dirigée vers l'intérieure




<u>RECAP des différents mouvements :</u>

| | |
|---|---|
| **Mouvement rectiligne** | - **Vecteur vitesse :** tangent<br>- **Vecteur accélération :**<br>⇨ Composante normale = 0<br>⇨ Composante tangentielle =/= 0 |
| **Mouvement rectiligne uniforme** | - **Vecteur vitesse** : constant et tangent<br>- **Vecteur accélération :**<br>⇨ Composante normale = 0<br>⇨ Composante tangentielle = 0 |
| **Mouvement circulaire** | - **Vecteur vitesse :** tangent<br>- **Vecteur accélération :**<br>⇨ Composante normale : =/= 0 et centripète<br>⇨ Composante tangentielle =/= 0 |

| | |
|---|---|
| **Mouvement circulaire uniforme** | - **Vecteur vitesse :** tangent + norme cste<br>$\boxed{v = \sqrt{v_x^{\ 2} + v_y^{\ 2} + v_z^{\ 2}} = \omega\, r}$<br>*v est la norme du vecteur vitesse*<br>*ω est la vitesse angulaire exprimée en* ***rad.s^-1***<br>*r est le rayon en* ***mètre***<br><br>- **Vecteur accélération :**<br>⇨ Composante tangentielle = 0<br>⇨ Composante normale : =/= 0. Le mouvement est **purement** centripète et de sens opposé à OM(t)<br>$\boxed{a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}}$<br>*a est la norme du vecteur vitesse*<br>*ω est la vitesse angulaire exprimée en* ***rad.s^-1***<br>*r est le rayon en* ***mètre***<br> |

## 1.3 Dynamique du centre d'inertie de points matériels

- On considère un référentiel R (vu précédemment) et un corps constitué de masses ponctuelles mi, la position du centre d'inertie G de ce corps est donnée par :

$$\vec{x}_G = \frac{1}{m}\sum_i m_i \mathbf{OM}_i \qquad (avec\ m = \sum_i m_i)$$

*Si l'objet est homogène, le centre d'inertie correspond au centre géométrique de l'objet.*

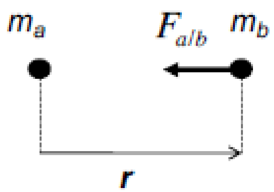
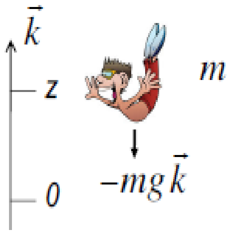
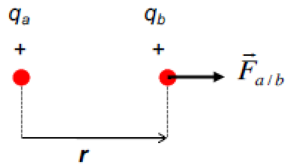
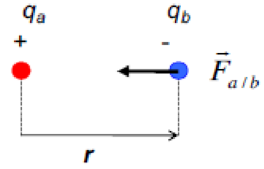
- On définit la **quantité de mouvement** comme le vecteur :

$$\boxed{\vec{P} = m\,\vec{v}_G}$$

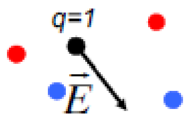
- **Les lois de la dynamique de Newton**

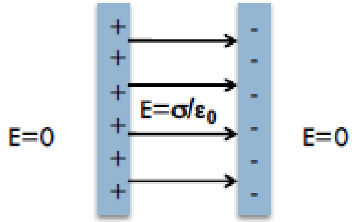
| | |
|---|---|
| **1ère loi de Newton** *(= principe d'inertie de Galilée = loi de conservation de la qdm)* | Dans un référentiel galiléen, la **quantité de mouvement est constante** si et seulement si la somme des forces extérieures est **nulle**<br>$\boxed{\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{tot} = 0}$ |
| **2ème loi de Newton** *(=principe fondamental de la dynamique)* | Dans un référentiel galiléen :<br>$\boxed{\frac{d\vec{P}}{dt} = \mathrm{m}.\frac{d\vec{v}}{dt} = \mathrm{m.a} \Leftrightarrow \Sigma\overrightarrow{F_{tot}}}$<br>Le PFD consiste à établir le bilan des **forces extérieures** (les **forces internes** ne sont pas prises en compte)<br>Exemple de forces extérieures :<br>➢ Forces à **distance** (ex : le poids)<br>➢ Force de **contact** (ex : les forces de frottements) |
| **3ème loi de Newton** *(action = réaction)* | Fa/b est la force qu'un corps A exerce sur B<br>$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$ |

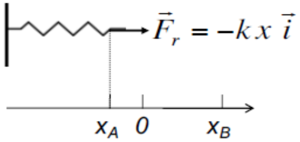
## 1.4 Quelques exemples de forces

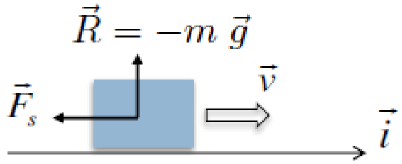
| | | |
|---|---|---|
| **Force d'attraction gravitationnelle** | $$\boxed{\vec{F}_{a/b} = -G\frac{m_a m_b}{r^2}\hat{r}}$$ <br> *G = 6,7.10^-11 est la constante gravitationnelle en* ***N.m².Kg^-2*** <br>   <br> Est **<u>TOUJOURS</u>** attractive | Cas particulier : **<u>la force de pesanteur = le poids</u>** <br> $z << R_T \approx 6400\ km$ <br> $\vec{F}_T = -G\frac{m_T\, m}{(R_T+z)^2}\vec{k}$ <br> $\approx -G\frac{m_T}{R_T^2}\, m\,\vec{k}$ <br> $= -mg\,\vec{k}$ <br> avec $g = G\frac{m_T}{R_T^2} \approx 9.81\, ms^{-2}$ <br>   |
| **Force électrique de Coulomb** | $$\boxed{\vec{F}_{a/b} = k\frac{q_a q_b}{r^2}\hat{r}}$$ <br> $[q] = C$ coulomb : Charge <br> $k = 9\ \ 10^9\ \ Nm^2/C^2$ : Constant de Coulomb <br> $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ <br> $\varepsilon_0 =$ *constante diélectrique* du vide ou *permittivité* du vide <br> Est ADDITIVE |   2 charges de même signe = **force répulsive** <br>   2 charges de signes opposés = **force attractive** <br>  |

Zorro00

<table>
<tr>
<td>Champs électrique</td>
<td>$$\boxed{\vec{F} = q\,\vec{E}(x,y,z)}$$
E s'exprime en N.C-1 ou en V.m-1<br><br>
Le champ électrique au point (x,y,z) est défini comme la force électrique qui s'exercerait sur une charge unité placée en ce point (q=1)<br>


</td>
<td>Champ électrique entre deux plaques chargées et exemple du condensateur :<br>
Soit une distribution plane de charge caractérisée par la densité $\sigma$ (en C.m^-2)
<ul>
<li>Le champ électrique crée entre 2 plaques infinies chargées, avec des densités opposées, $\sigma$ et $-\sigma$ est nul à l'extérieur et est constant entre ces plaques, où il vaut :</li>
</ul>


$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$
$\boldsymbol{\sigma}$ : densité électrique<br>
$\boldsymbol{\varepsilon_0}$ : constante diélectrique /permittivité du vide
<ul>
<li>Le sens de $\vec{E}$ : du signe positif au signe négatif</li>
<li>Les champs créés par deux plaques d'additionnent, c'est le principe de superposition</li>
</ul></td>
</tr>
<tr>
<td>Force de rappel d'un ressort</td>
<td colspan="2">

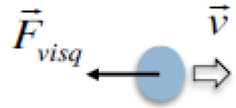
$$\boxed{\vec{F}_r = -k(x - x_0)\,\vec{i}}$$
k = constante de rappel du ressort en N.m^-1<br>
(x-x0) = Allongement</td>
</tr>
<tr>
<td>Force de frottement sec dynamique (tribologie)</td>
<td colspan="2">$$\boxed{\vec{F}_s = -\mu_d \left\|\vec{R}\right\| sign(\vec{v})\,\vec{i}}$$
<ul>
<li>S'exerce sur une surface solide</li>
<li>Signe négatif = la force s'oppose au mouvement</li>
<li>R = m.g est la réaction du support</li>
<li>µd = coefficient de frottement sec dynamique (sans dimension)<br>Ne dépend QUE de la nature du contact entre l'objet et le support</li>
<li>N'est PAS proportionnelle à la vitesse elle-même au signe de la vitesse</li>
</ul>

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Force de frottement visqueux<br><br>Basse vitesse</td>
<td colspan="2">

$$\boxed{\vec{F}_{visq} = -\beta \vec{v}}$$

$$\beta = 6 \cdot \pi \cdot R \cdot \eta$$

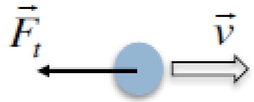
<ul>
<li>$\beta$ est le coefficient de viscosité en N.m^-1.s. Il dépend :
<ul>
<li>✓ du fluide ($\eta$ est la viscosité dynamique du fluide en N.m^-2.s caractéristique du fluide)</li>
<li>✓ de la forme géométrique de l'objet (rayon R)</li>
</ul></li>
<li>La force est proportionnelle à la vitesse</li>
</ul>

</td>
</tr>
<tr>
<td>Force de traînée<br><br>Vitesse élevée</td>
<td colspan="2">

$$\boxed{\vec{F}_r = -\frac{1}{2} \rho . S . c . v \vec{v}}$$

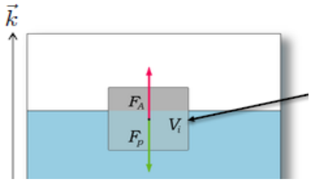
<ul>
<li>$\rho$ : masse volumique du fluide</li>
<li>S : surface apparente de l'objet projeté dans la direction du mouvement (surface de référence de l'objet = section transverse perpendiculaire à la direction du mouvement)</li>
<li>Cx : coefficient de traînée (sans dimension)</li>
</ul>
La force est proportionnelle à la vitesse au carrée



</td>
</tr>
<tr>
<td>Poussée d'Archimède</td>
<td>

$$\boxed{\vec{F}_A = \rho V_i g \, \vec{k}}$$

<ul>
<li>$\rho$ : masse volumique du fluide</li>
<li>$Vi$ : volume immergé</li>
<li>$g$ : constante de pesanteur</li>
</ul>




Volume immergé

Rqe : le point d'application de FA est le centre géométrique de l'objet alors que celui du poids Fp est le centre d'inertie
</td>
<td>
Cas particulier : la flottabilité

Lorsque la force de pesanteur et la poussée d'Archimède se compensent

Fp = FA ⇔ m.g = $\rho.Vi$.g ⇔ m = $\rho.Vi$

<u>Remarque 1 :</u><br>
$Vi < V(total)$<br>
⇔ $\rho.Vi < \rho.V$<br>
⇔ $m \leq \rho.V$ est une condition de flottabilité

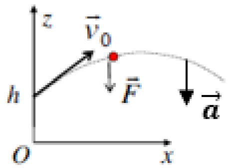
<u>Remarque 2 :</u><br>
$\rho.Vi = \rho_A.V$ où $\rho_A$ est la masse volumique du corps subissant la poussée

$$\rho_A < \rho$$
</td>
</tr>
</table>

## 1.5 Quelques exemples d'application du PFD

### a) Trajectoire d'une masse m dans un champ de force constant

Application : tir balistique, déflexion de faisceau de particules chargées …




$$\boxed{m\vec{a}_G = \vec{F}} \Leftrightarrow \begin{cases} m\dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ m\dfrac{dv_y}{dt} = 0 \\ m\dfrac{dv_z}{dt} = -F \end{cases} ; \begin{cases} v_x(t) = \dfrac{dx}{dt} = v_{0x} \\ v_y(t) = \dfrac{dy}{dt} = 0 \\ v_z(t) = \dfrac{dz}{dt} = v_{0z} - at \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} x(t) = v_{0x}t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = h + v_{0z}t - \dfrac{at^2}{2} \end{cases}}$$

et $a = \dfrac{F}{m}$

**Applications**:
- chute libre: $a = -g$
- champ électrique cst : $a = q.E/m$
- Frt. sec sur une surface : $a = -\mu_d g$

### b) Chute d'une particule dans un fluide lorsqu'elle est soumise à une force de frottement visqueux

Il y a deux forces : la pesanteur et la viscosité qui s'oppose au mouvement.

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{visq} \quad \Rightarrow \quad \boxed{m\frac{dv_x}{dt} = mg - \beta v_x}$$

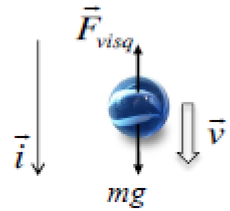
- *+ mg car mg est dirigé vers le bas*
- *- $\beta$.vx car dirigée vers le haut (dans le sens opposé)*
- *La vitesse est **supérieure à 0***

**La vitesse limite** est atteinte lorsque l'accélération est nulle.

m.g $-\beta$v = 0

En isolant v, on trouve la vitesse limite :

$$\boxed{v_{\lim} = \frac{mg}{\beta}}$$




### c) Idem mais en appliquant en plus la poussée d'Archimède

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{visq} + \vec{F}_A \quad \Rightarrow \quad \boxed{m\frac{dv_x}{dt} = mg - \beta v_x - \rho V g}$$

$$\boxed{v_{lim} = \frac{(m - \rho V)g}{\beta}}$$

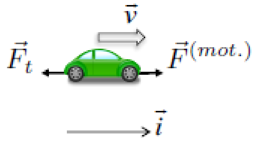
(> 0 ou < 0)

- La poussée d'Archimède est toujours dirigée vers le **haut**.
- Ici, la vitesse limite peut être **< 0** lorsque m<**ρ**.V, (pour un objet qui remonte lorsque la densité est inférieur à **ρ**(fluide).

### d) Mouvement d'un objet dans un fluide lorsqu'il est soumis à une force motrice constante et une force de trainée

$$\vec{F}_t = -\tfrac{1}{2}\rho\, S\, c_x\, v\, \vec{v}$$

$$m\vec{a} = \vec{F}^{(mot)} + \vec{F}_t \quad \Rightarrow \quad \boxed{m\frac{dv_x}{dt} = F^{(mot)} - \tfrac{1}{2}\rho\, S\, c_x\, v_x^2}$$




$$\boxed{v_{\lim} = \sqrt{\frac{2F^{(mot)}}{\rho S c_x}}}$$

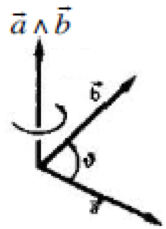
Lorsqu'on atteint la vitesse limite :

- ➔ **L'énergie mécanique** est conservée (= vitesse constante)
- ➔ **Le système** n'est pas conservatif du point de vue mécanique car la traînée dissipe le travail de la force motrice en énergie thermique

## 2/ DYNAMIQUE DE ROTATION

### 2.1 Le produit vectoriel

Le produit vectoriel de 2 vecteurs représenté par l'expression $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{c}$. Il s'agit d'un vecteur tel que :



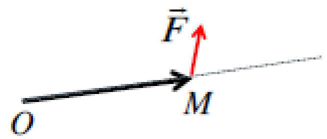

- Sa **direction** est perpendiculaire au plan défini par les vecteurs $(\vec{a}, \vec{b})$
- Son **sens** est donné par la règle du trièdre « pouce, index, majeur »
- Sa **norme** est égale à :
  $\left\|\vec{a} \wedge \vec{b}\right\| = a.b.\sin\theta$ , $\theta$ étant l'angle entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$

Propriétés :

- ➔ Le produit vectoriel est **antisymétrique** : $\vec{a} \wedge \vec{b} = -\vec{b} \wedge \vec{a}$
- ➔ Le produit vectoriel est nul si $\vec{a}$ parallèle à $\vec{b}$ :
  $\vec{a} \wedge \vec{b} = 0 \quad si \quad \vec{a} = k\,\vec{b}$

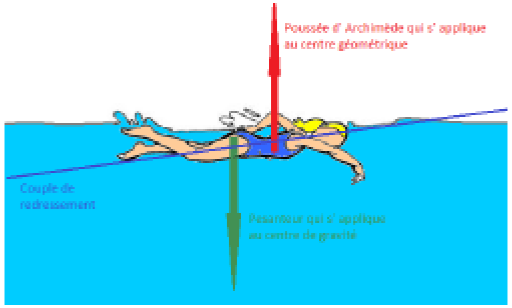
### 2.2 Le moment d'une force

Le moment de force décrit la façon dont la force F tend à faire tourner O si O est fixé. Cette notion apparaît souvent dans un « **couple de forces** » dont le moment résultant est non nul.




$$\vec{\Gamma} = \mathbf{OM} \wedge \vec{F}$$

Couple de force appliqué à une nageuse :




## 2.3 Le moment angulaire = cinétique J

C'est une généralisation de la loi de Newton appliqué à un système en rotation

$$\boxed{\vec{J} = \sum_i m_i\, \vec{r}_i \wedge \vec{v}_i}$$

Le PFD implique une équation fondamentale pour la dynamique de rotation :

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{tot} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\Gamma}_{tot}}$$

## 2.4 Le moment d'inertie

$$\boxed{\vec{J} = I\,\vec{\omega}}$$

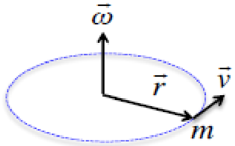
I en **kg.m^2**

I = moment d'inertie, détermine la **difficulté à faire tourner l'objet**. Plus I est grand, plus il faudra un grand moment de force pour la faire tourner

⇨ **Exemple 1 : masse ponctuelle**

$$J = m\left\|\vec{r} \wedge \vec{v}\right\| = m\,r\,v = m\,r\,\omega r$$

$$\vec{J} = m\,r^2\vec{\omega} \quad \rightarrow \quad \boxed{I = mr^2}$$



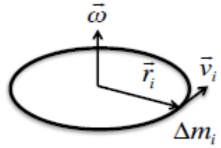
⇨ **Exemple 2 : Roue creuse (vélo)**

$$J = \sum_i \Delta m_i \left\|\vec{r}_i \wedge \vec{v}_i\right\|$$

$$= \sum_i \Delta m_i\, r^2 \omega$$

$$\vec{J} = I\,\vec{\omega} \rightarrow \boxed{I = mr^2}$$

où $m = \sum_i \Delta m_i$



⇨ **Exemple 3 : disque en rotation ou roue pleine**

$$J = \sum_i \Delta m_i \left\|\vec{r}_i \wedge \vec{v}_i\right\|$$

$$\vec{J} = \sum_i \Delta m_i\, r_i^2 \vec{\omega} \quad \rightarrow \quad I_{disque} = \sum_i \Delta m_i\, r_i^2 \boxed{= \frac{1}{2} mr^2}$$

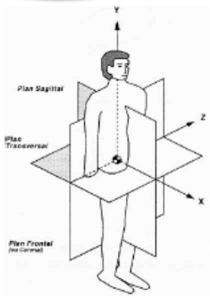
⇨ **Autres exemples :**

Cylindre : $I_{cylindre} = \frac{1}{2} mr^2$

Sphère : $I_{sphère} = \frac{2}{5} mr^2$

etc…


À rayons et masses identiques, **il est plus difficile de faire tourner une roue creuse qu'une roue pleine** car la distribution des masses est plus éloignée du centre d'inertie.



$I_Y < I_Z < I_X$

Pour décrire le moment d'inertie d'un objet complexe, on a 3 moments d'inerties en général différents. Ici, on Iy, Iz et Ix

## 2.5 Rotation libre

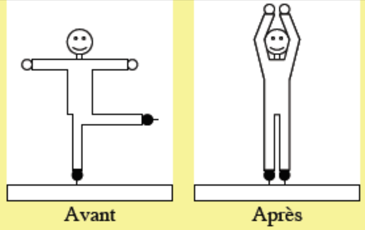
Supposons $\vec{\Gamma}_{tot} = 0$ . Alors $\frac{d\vec{J}}{dt} = 0$ ont dit que **le moment angulaire est conservé** : J est cst.

**Effet gyroscopique :** un objet qui tourne sur lui-même oppose une **résistance** au changement d'orientation de son axe de rotation. En l'absence d'interaction, cette orientation est conservée.

- Comme $\boxed{\vec{J} = I\,\vec{\omega}}$, on en déduit que la vitesse angulaire est constante si et seulement si I est constante.
- Donc, si lors d'une rotation libre le moment d'inertie varie au cours du temps, la vitesse de rotation doit varier **en raison inverse**.

## 2.6 Exemple du patinage

**Situation 1 : *La physique du patinage artistique*.** Un patineur tourne sur lui-même avec une de ses jambes et ses bras perpendiculaire à son corps (schéma ci-contre) : sa vitesse angulaire vaut 8 rad/s et son moment d'inertie vaut 3,6 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$. En ramenant sa jambe à la verticale et en levant ses bras au-dessus de sa tête (schéma ci-contre), il diminue son moment d'inertie à 1,6 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ et sa vitesse angulaire augmente pour atteindre 18 rad/s. On désire analyser cette manœuvre à l'aide du principe de conservation du moment cinétique et du principe de conservation de l'énergie.




Évaluons le moment cinétique du patineur avant ($i$) et après ($f$) :

$$L_z = I\omega_z \quad \Rightarrow \quad L_{zi} = I_i\omega_{zi} = (3{,}6)(8) \quad \Rightarrow \quad \boxed{L_{zi} = 28{,}8\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}}$$

$$L_{zf} = I_f\omega_{zf} = (1{,}6)(18) \quad \Rightarrow \quad \boxed{L_{zf} = 28{,}8\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}}$$

Cette situation est **physiquement acceptable**, car il y a conservation du moment cinétique en l'absence de moment de force extérieur :

$$L_{zi} = L_{zf}$$

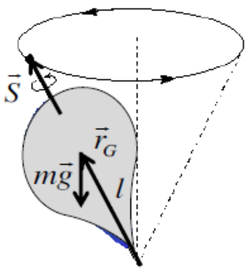
Le mouvement d'inertie est plus ou moins maximal :

- Si l'artiste **rapproche** ses mains, il va **diminuer** I et donc va **augmenter** la vitesse et accélérer sa vitesse de rotation.
- Si l'artiste **éloigne** ses mains, I **augmente** donc la vitesse angulaire **diminue**

### 2.7 Mouvement de précession

On néglige les forces de frottements, le moment de force est lié à la force de pesanteur.

Une toupie, ayant un moment angulaire $S = I\omega$, est lancée à grande vitesse autour de son axe de symétrie, si la toupie est inclinée et en rotation initialement, elle ne tombe pas mais entame un mouvement de précession : **son axe de rotation va se mettre à tourner autour de la verticale**.




La toupie subie un moment de force du au poids mg :

$$\vec{\Gamma}_{tot} = \vec{r}_G \wedge m\vec{g} \quad donc \quad \frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{r}_G \wedge m\vec{g}$$

Le vecteur $\vec{S}$ (donc l'axe de la toupie) tourne autour de son point d'appui avec une vitesse angulaire :

$$\boxed{\Omega = \frac{mgl}{I\omega}}$$

Rem : il faut supposer $\Omega << \omega$

- ***Ω*** : vitesse de précession = vitesse angulaire autour de l'axe **vertical**
- ***ω*** : vitesse de rotation de l'objet sur lui-même
- ***l*** : norme du vecteur $\vec{r_g}$
- ***I*** : moment d'inertie

**Si la vitesse de rotation diminue alors la vitesse angulaire autour de l'axe vertical augmente.**

## 3/ FORMALISME DU POTENTIEL

### 3.1 Travail d'une force

On définit le travail W d'une force au cours d'un chemin entre 2 points A et B par :

$$W_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} F_x(x)\,dx$$

composante « x » de la force — déplacement élémentaire

Travail *moteur* si: $W_{AB} > 0$

Travail *résistant* si: $W_{AB} < 0$

Une force F est dite **conservative** si W ne dépend **que des points de départ et d'arrivée** A et B, mais pas du « chemin » suivi entre ces points.

- Les forces de pesanteur, d'élasticité, d'électricité sont conservatives
- Les forces de frottement ne sont pas conservatives

### 3.2 Energie potentielle

**Théorème de l'énergie potentielle =**

$$\boxed{U_F(B) - U_F(A) = W_{BA}}$$

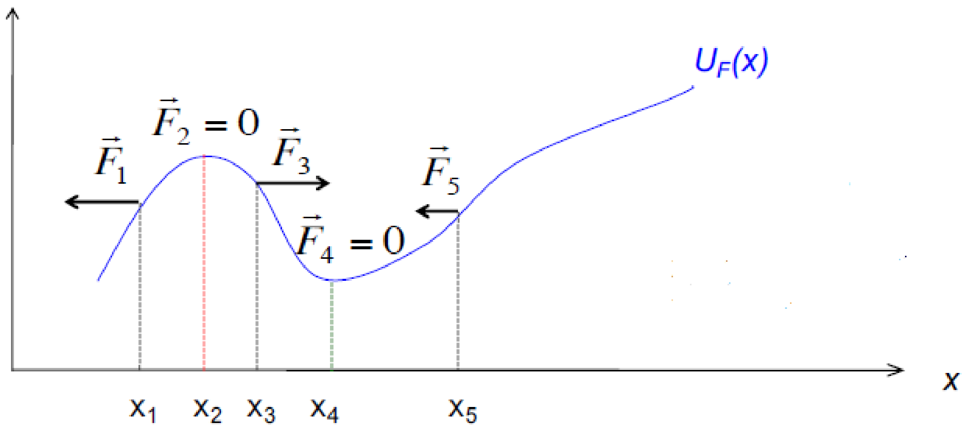
Ce théorème ne tient compte **<u>QUE</u>** des forces conservatives (pas des forces de frottements)

$$U_F(x_B) - U_F(x_A) = W_{BA} = -\int_{x_A}^{x_B} F_x(x)\,dx$$

## 3.3 Relation Force-énergie potentielle

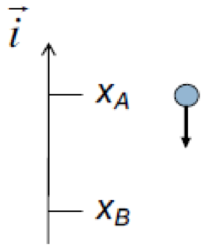
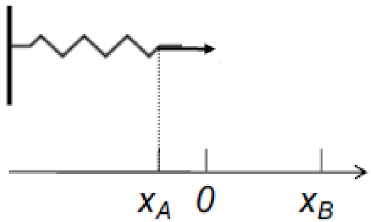
**La force** est **opposé** de la dérivée de l'énergie potentielle :

$$\boxed{F_x = -\frac{dU_F}{dx}}$$




| x2 | x4 |
|---|---|
| ✓ **Maximum** local d'énergie potentielle => dérivée de l'énergie = 0<br>✓ Sous l'effet d'une perturbation, le système tend à **s'éloigner** à sa position initiale<br>➔ Point d'équilibre **instable** | ✓ **Minimum** local d'énergie potentielle => dérivée de l'énergie = 0<br>✓ Sous l'effet d'une perturbation, le système tend à **revenir** à sa position initiale<br>➔ Point d'équilibre **stable** |
| **x1** | **x5** |
| La force est négative en dérivant l'énergie potentielle, la particule va se décaler vers la **gauche**. | Aura tendance à se rapprocher de l'état d'équilibre x4 |

*Page vide (tu peux mettre ce que tu veux ) :*

| | FORCE | TRAVAIL | ENERGIE POTENTIELLE |
|---|---|---|---|
| **FORCE DE PESANTEUR** | $\vec{P} = -m \cdot g.\vec{i}$  Signe négatif car l'axe z est dirigé vers le haut | $W_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} (-mg)\,dx$ <br> $= m.g.(xa - xb)$ | $U_P(x_B) - U_P(x_A) = W_{BA}$ <br> $= mg\,x_B - mg\,x_A$ <br> $= mgx + cst$ |
| **FORCE DE RAPPEL DU RESSORT** | $\vec{Fr} = -kx.\vec{i}$  | $W_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} (-kx)\,dx$ <br> $= \frac{k}{2}(xa^2 - xb^2)$ | $U_R(x_B) - U_R(x_A) = W_{BA}$ <br> $= \frac{k\,x_B^2}{2} - \frac{k\,x_A^2}{2}$ <br> $= \frac{kx^2}{2} + cst$ |
| **FORCE DE COULOMB** | $\vec{Fc} = \frac{kQq}{r^2}\vec{r}$ | $W_k = \int_{xb}^{xa} \frac{kQq}{x^2}\,dx$ <br> $= kQq(\frac{1}{xa} - \frac{1}{xb})$ | $UF(x) = \frac{kQq}{x} + Cst$ |

Zorro00

## 3.3 Potentiel électrique

- La différence de potentiel électrique entre le point B et le point A, appelée tension électrique entre B et A, est le **travail de la force électrique sur une charge unité q=1 lorsqu'elle se déplace de B à A**.
- La différence de potentiel électrique entre 2 points est égale à la **différence d'énergie potentielle d'une charge unité entre ces 2 points par unité de charge**

Tension électrique = **Volt**

**1V = 1J.C^-1**

$$\boxed{V(B) - V(A) = W_{BA,\, q=1}}$$

## Potentiel électrique membranaire :

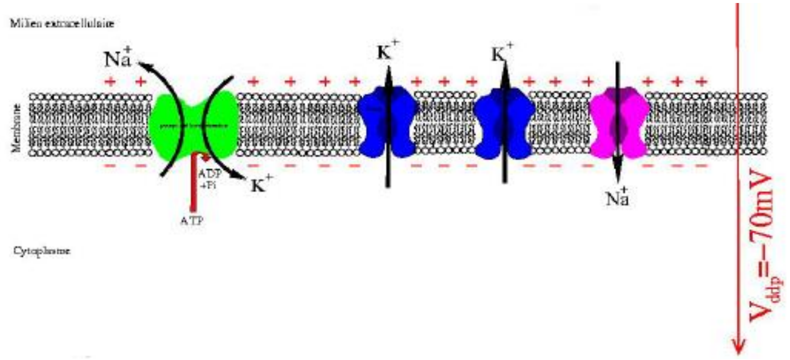
Les cellules vivantes possèdent naturellement **une différence de potentiel transmembranaire de repos** : Ddp = -70mV par rapport à un point de référence extracellulaire.

Cette dpp est due :

- Aux pompes sodium/potassium
- Aux fuites par des canaux potassium.

Dans les cellules excitables (ex : neurones), il peut y avoir une dépolarisation de la membrane grâce à une ouverture dynamique des canaux sodiques voltages dépendants.

**<u>Rqe :</u>** l'électroneutralité est respectée partout sauf en regard de la membrane cellulaire




## 3.4 Energie cinétique et énergie mécanique

L'énergie cinétique d'une particule m est définie comme :

$$\boxed{E_c = \tfrac{1}{2} m v^2}$$

### a. Théorème de l'énergie cinétique :

$$\boxed{E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}^{(ext)}}$$

Ce théorème de l'énergie cinétique caractérise **les forces conservatives ET non conservatives** (=/= du théorème de l'énergie potentielle).

Pour cela considérons un bloc glissant sur un support horizontal.
On lance le bloc de masse $m$ avec une vitesse initiale $v$.
On observe que le bloc se déplace sur une distance $d$ avant de s'immobiliser.

Sa variation d'énergie cinétique est donc : $E_c(B)-E_c(A) = 0 - mv^2/2 = -mv^2/2$
Celle-ci est égale au travail de la force de frottement $W_{AB} = - F_s . d$

Or la force de frottement sec dynamique est : $F_s = \mu_d\ mg$ (rem : $\mu_d$ est sans dimension)

Donc on en déduit $\mu_d\ mg\,d = mv^2/2$ ; Donc $\mu_d = v^2/(2g\,d)$

A.N. $v$=10 m/s. $g$ = 10 m/s². $d$ = 10 m.
$\mu_d$ = 100/(2 10 . 10) = 0.5

### b. Energie mécanique :

Si les forces extérieures sont conservatives on a :

$$E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}^{(ext)} \qquad et \qquad W_{AB}^{(ext)} = U(x_A) - U(x_B)$$

$$\Rightarrow E_c(B) - E_c(A) = U(x_A) - U(x_B)$$
$$\Rightarrow E_c(B) + U(x_B) = E_c(A) + U(x_A)$$

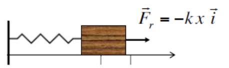
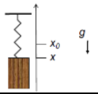
On en déduit la loi de conservation de l'énergie mécanique :

$$\boxed{E^{(méca)} = \tfrac{1}{2} m v^2 + U(x)}$$

En l'absence de frottement, cad dans le cas de **forces conservatives,** l'énergie mécanique **est conservée au cours du temps.**

**Exemples du ressort :**

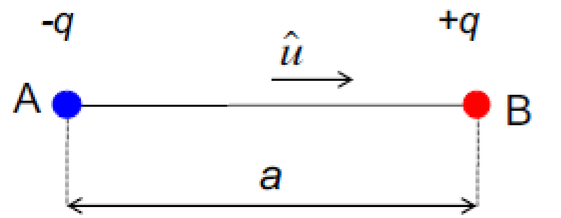
En l'absence de frottement, l'énergie totale d'une masse liée à un ressort est conservée : si Ec augmente, Ep diminue et inversement.

| Ressort horizontal | Ressort vertical |
|---|---|
| $Em = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ | $Em = 1.2mv^2 + \frac{1}{2}k(x - x0)^2 + mgx$ |
|   |  |

## 4/ Etude du dipôle électrique

### 4.1 Définitions

On appelle dipôle électrique, une distribution de charges constituée de deux charges =q et -q placées en deux points.




On y associe un **moment dipolaire p** :

$$\boxed{\vec{p} = aq\ \hat{u} \quad (q > 0)}$$

➔ a : distance entre les 2 barycentres
➔ q : charge électrique

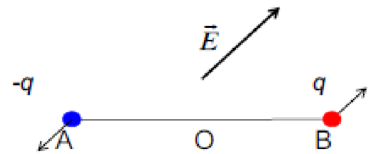
**Vecteur $\vec{p}$ :**

- **Aligné** sur la droite joignant les 2 charges
- **Sens :** de la charge **–** à la charge **+**
- Dont on notera la **norme** par p
- Ordre de grandeur pour un électron : $a = 10^{-10}\ m\ /\ q = 1{,}6\ 10^{-19} C \rightarrow p = 1{,}6\ 10^{-29} C.m$
- Unités : **p = C.m**

### 4.2 Dipôle électrique dans un champ électrique *(nouveau)*

✓ Une particule de charge **positive** va ressentir une force dans la **même** direction que $\vec{E}$ (du + vers le -)
✓ Une particule de charge **négative** va ressentir une force dans la direction **opposée** de $\vec{E}$ (du - vers le +).

La **force totale** est nulle mais on a un **couple de force** qui va faire tourner le dipôle



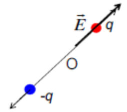

$$\vec{F}_A = -q\vec{E}, \quad \vec{F}_B = q\vec{E}$$
$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = 0$$

*Note* : $|\mathbf{OA} \wedge \vec{F}_A| = |\mathbf{OA}| \times |\vec{F}_A| \times \sin(\mathbf{OA}, \vec{F}_A)$

➔ On a création d'un **<u>moment de force</u>** qui s'applique au dipôle : $\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}$ *(description vectorielle)*

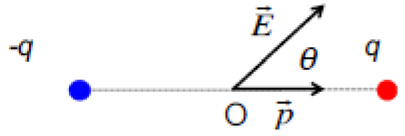
$$\Gamma = \mathbf{OA} \wedge \vec{F}_A + \mathbf{OB} \wedge \vec{F}_B$$
$$= q(-\mathbf{OA} \wedge \vec{E} + \mathbf{OB} \wedge \vec{E})$$
$$= q(\mathbf{AO} + \mathbf{OB}) \wedge \vec{E}$$
$$=> \boxed{\Gamma = \vec{p} \wedge \vec{E}}$$

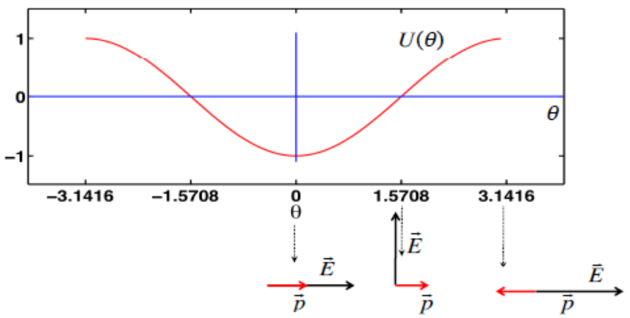
- Si $\vec{p}$ s'aligne avec $\vec{E}$ : $\vec{\Gamma} = 0$ : Le dipôle est donc en **équilibre** c'est pour cela que le couple de force tend à **aligner** le dipôle et le champ E.




➔ On a création d'une **<u>énergie potentielle</u>** s'appliquant au dipôle : $\boldsymbol{U} = \vec{\boldsymbol{p}}.\vec{\boldsymbol{E}} = -\boldsymbol{p}.\boldsymbol{E}.\cos(\boldsymbol{\theta})$ *(description scalaire)* avec θ l'angle entre le dipôle et le champ électrique.

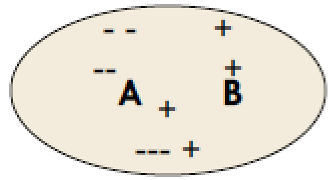
- Ep est au **minimum** quand on a un angle de **0 rad** entre les 2 vecteurs
- L'Ep est au **maximum** quand on a un angle de **π** rad entre les 2 vecteurs.




Le dipôle s'oriente avec la charge **q+** devant la charge **q–** dans le champ. Si la charge positive se positionnait « derrière » la charge négative dans le champ, on serait face à **un équilibre instable**, et la moindre perturbation ferait basculer le dipôle.

## <u>4.3 Dipôle dans la matière</u>




$(Q_+ = -Q_-)$

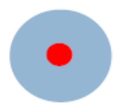
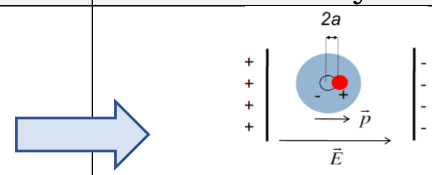
Autour de nous, la matière apparaît globalement neutre, mais la présence de charges positives et négatives conduit à l'existence de **distributions de charges dipolaires** = barycentres. Si les barycentres ne coïncident plus, on observe un **moment dipolaire**.

On généralise la notion de moment dipolaire en considérant le vecteur :

**p = Q(+).AB**

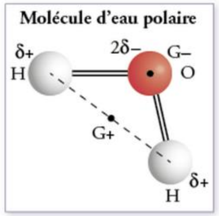
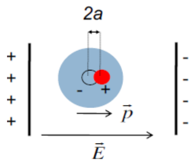
### a. <u>Moment dipolaire induit</u>

➔ Atomes et molécules **<u>non</u>** polaire (p.ex des molécules diatomiques ou symétriques)

| Distribution de charges (ou nuage électronique) **symétrique** autour du noyau | **Sous l'effet d'un champ électrique** : apparition d'une asymétrie de charge autour du noyau |
|---|---|
|  |  |
| Pas de moment dipolaire permanent | Apparition d'un moment dipolaire induit. $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ *Alpha = coefficient de polarisabilité* |
| La polarisabilité est due en premier lieu à la déformation du nuage électronique **sous l'effet du champ électrique** | |

### b. Moment dipolaire permanent

- Existe si les barycentres des charges + et – ne coïncidant pas => **molécule polaire**
- Le moment dipolaire permanent est bien plus induit que le moment dipolaire induit par un champ électrique.

| Distribution de charges (ou nuage électronique) **Asymétrique** autour du noyau | **Sous l'effet d'un champ électrique** : |
|---|---|
|  |  |
| $\vec{p}$ = Q(+).$\overrightarrow{AB}$ | $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ <br> *Alpha = coefficient de polarisabilité* |
| La polarisabilité n'est pas due en premier lieu à la déformation du nuage électronique sous l'effet du champ électrique (cf : induit). De plus, les molécules polaires se manifestent par une **polarisabilité plus forte** que celle des molécules non polaires sous l'effet du champ électrique. | |

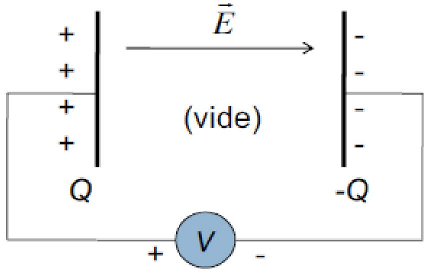
*Un grand nombre de biomolécules possèdent aussi des moments dipolaires permanents (eau, ponts hydrogènes, acides aminés…)*

## 4.3 Diélectriques et condensateurs

- **Diélectrique :** matériau possédant des dipôles sous l'action d'un champ électrique

### a. Rappel sur le condensateur

Symbole électrique:




$\boxed{Q = CV}$

*C : capacité du condensateur*

$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}}$, $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{36\pi 10^9}$ S.I.

[C] = F (farad) ou pF= $10^{-12}$ F

Explication mathématique :

$V = q.E.d$ (avec q=1) → $V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} d$ → $V = \frac{Q}{C}$ avec $\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}}$

- Un condensateur correspond à **2 plaques** l'une en face de l'autre dans le vide, **chargées** grâce à une différence de potentiel **V**, ce qui crée un champ constant ***E***.
- La **capacité C** en Farad (F) sert à déterminer la **quantité de charges** que l'on peut mettre sur une plaque du condensateur pour une **tension** donnée.

### b. Condensateur rempli de diélectrique :

Le diélectrique agit comme un isolant entre les armatures du condensateur ce qui **accroît sa capacité** d'un facteur $\varepsilon_r$ et **diminue le champ électrique et le voltage** d'un facteur $\varepsilon_r$.

Q=CV=C'V'

E'<E => V'<V => C'>C

.

| | |
|---|---|
| On définit la constante diélectrique ou **permittivité relative** par : | $\frac{C'}{C} = \varepsilon_r \geq 1$ |
| On définit la **permittivité** d'un matériau par le coefficient : | $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ |
| La capacité d'un **condensateur** rempli de diélectrique : | $C' = \varepsilon_r C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d} = \varepsilon \frac{S}{d}$ |

## 5/ Conduction électrique

### 5.1 Introduction

| Isolants => diélectrique | Conducteurs | Semi-conducteur |
|---|---|---|
| Pas de charges libres | Charges libres | Intermédiaires entre celles des isolants et celles des conducteurs |
| Pas de courant électrique mais sujets au phénomène de polarisation | Courant électrique + sujet au phénomène de polarisation *(ex : la plupart des métaux sont conducteurs)* | |

### 5.2 La loi d'Ohm

La loi d'Ohm décrit le **phénomène général du déplacement des charges d'un élément conducteur** sous l'effet d'une différence de potentiel électrique : UA-UB>0.

**L'intensité électrique :**

- *I : intensité en Ampère (A)*
- *R : résistance électrique en ohm (Ω)*
- *U : potentiel électrique en volt (V)*

$$\boxed{I = \frac{U_A - U_B}{R_{AB}}}$$

**La résistance électrique :**

- *L : longueur du conducteur en mètre (m)*
- *S : section du conducteur en mètre-carré (m²)*
- *ρ : résistivité électrique en ohm.mètre (Ω.m) dépend du matériau conducteur considéré.*

$$\boxed{R = \frac{L}{S}\rho}$$

La loi d'Ohm exprime que pour maintenir un courant constant dans un élément conducteur, il faut en permanence apporter de **l'énergie électrique** aux charges.

**La puissance électrique :**

$$\boxed{P = (U_A - U_B)I = R_{AB}I^2 = \frac{(U_A - U_B)^2}{R_{AB}}}$$

Dans ce contexte, la transformation de la puissance électrique en énergie thermique est appelée **effet Joule.**

### 5.3 Résistances en série ou en parallèle

- Résistance équivalente de deux résistances **en série** :

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

- Résistance équivalente de deux résistances **en parallèle** :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Rem, cas particulier: si $R_1 = R_2$, alors $R_{eq} = R/2$.

## 6/ Oscillateur

Certains systèmes physiques admettent les caractéristiques suivantes :

- Ils possèdent une **position d'équilibre stable**
- Une fois déplacé de cette position, le système présente des **oscillations périodiques** autour de cette position d'équilibre
- Les oscillations **s'atténuent** généralement dans le temps à moins qu'elles ne soient entretenues par une force périodique.

### 6.1 Etude de l'oscillateur harmonique

**Définition :** un oscillateur harmonique est un système dynamique dont l'équation du mouvement peut se mettre sous la forme suivante :

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2\, x}$$

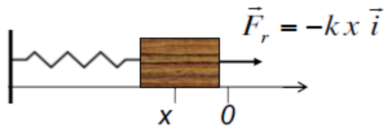
*où $\omega_0$ est une constante **positive** appelée **pulsation propre** de l'oscillateur*

**Exemple 1 : Masse liée à un ressort**

PFD: $m\frac{d^2x}{dt^2} = -k\,x$

donc $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2\, x,$

*avec* $\boxed{\omega_0^2 = \frac{k}{m}}$




*Attention : l'oscillateur harmonique est un système **conservatif** :*

$$E = \frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{\omega^2}{2}x^2$$

**Exemple 2 : petites oscillations d'un corps solide**

$J = I_O\,\omega, \qquad \omega = \frac{d\theta}{dt}$

$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{r}_G \wedge m\vec{g}$

$I_O\frac{d^2\theta}{dt^2} = -r_G\, mg\sin\theta$

Approximation des petits angles :

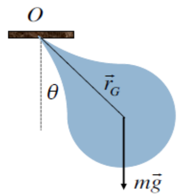
$\sin\theta \approx \theta \quad si \quad |\theta| << 1\,rad$

Donc $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega_0^2\,\theta$

avec $\boxed{\omega_0^2 = \frac{r_G\, mg}{I_O}}$

*$I_O$ est le moment d'inertie calculé par rapport à O : $I_O = I_G + m.r^2{}_G$*
*$I_O > I_G$ : cad que le moment d'inertie utilisé ici est celui par rapport à O et pas uniquement le moment d'inertie de l'objet $I_G$*

On néglige $I_G$ et en remplaçant Io par m.r², on trouve :




$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{g}{l}}$$

**Exemple 3 : le plus simple des oscillateurs électriques**

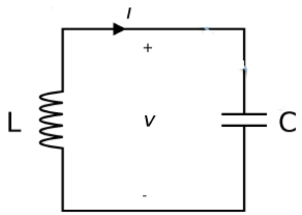
Circuit électrique idéal (sans résistance) avec :

- Bobine d'inductance L (en **henrys H**)
- Condensateur de capacité C (en **farads F**)

- Soit v la tension électrique aux bornes C.

Alors : $LC\frac{d^2v}{dt^2} + v = 0 <=> \frac{d^2v}{dt^2} = -\omega_0^2\, v$

*C'est bien l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique*




Avec : $$\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{LC}}$$

- Fréquence en Hz :

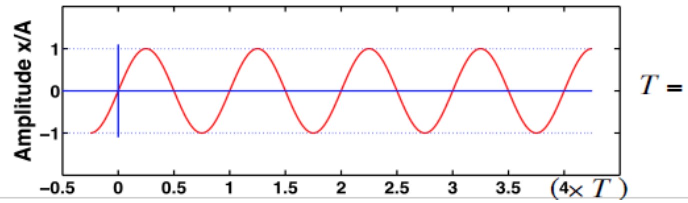
$\omega = \frac{2.\pi}{T} = 2\pi.\nu$ donc : $$\boxed{\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

**RECAP :**

| | |
|---|---|
| Masse liée à un ressort | $\boxed{\omega_0^2 = \frac{k}{m}}$ |
| Oscillations d'un corps solide | $\boxed{\omega_0^2 = \frac{g}{l}}$ |
| Oscillateurs électriques | $\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{LC}}$ |

**Oscillations libres périodiques sinusoïdales au cours du temps d'un oscillateur harmonique :**

$x(t) = A\sin(\omega_0 t)$




$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

**Equation de la fonction onde oscillations harmoniques :**

$$x(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

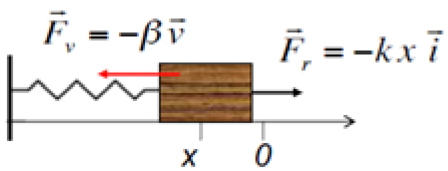
➔ **A :** Amplitude dépend des cdt initiales
➔ $\varphi$ : Phase dépend du choix des conditions initiales
➔ $\omega_0$ **:** Pulsation propre, ne dépend pas des cdt initiales et de l'amplitude, est liée aux paramètres propres du système
➔ $T$ : Période propre des oscillations libres en secondes, ne dépend pas non plus des caractéristiques initiales

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

## 6.2 Oscillateur harmonique amorti

On considère une masse liée à un ressort et soumise à une **force de frottement** visqueux :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\beta\frac{dx}{dt} - k\,x$$



$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\gamma\frac{dx}{dt} - \omega_0^2\,x,$$

$$avec\ \boxed{\gamma = \frac{\beta}{m}}\ et\ \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

Des **oscillations amorties** pseudopériodiques ont lieu si :

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 > 0$$

Dans ce cas : L'amplitude des oscillations **décroît exponentiellement** au cours du temps.

$$x(t) = A\,e^{-\frac{\gamma}{2}t}\sin(\omega_1 t + \varphi)$$

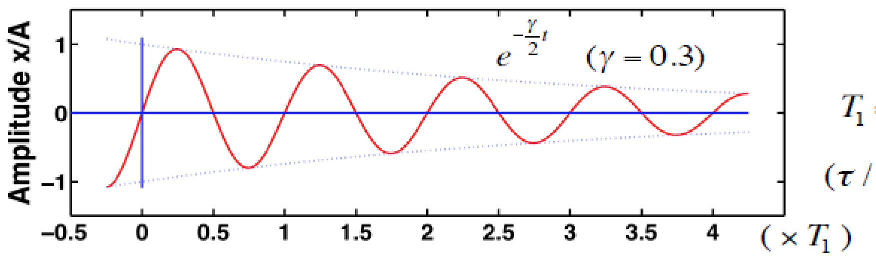
Dans ce système, on observe deux échelles de temps :

- Le **temps d'amortissement :** (temps au bout duquel l'amplitude diminue d'un facteur e^-1)

$$\boxed{\tau = 2/\gamma \text{ (diminution d'un facteur } e^{-1})}$$

- La **pseudo-période**

$$\boxed{T_1 = 2\pi/\omega_1.}$$




$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$$

$$(\tau / T_1 \approx 7)$$

- **Facteur de qualité Q**

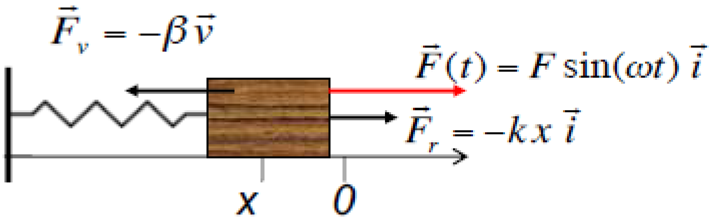
$$\boxed{Q = \omega_0/\gamma}$$

Il correspond au **nombre d'oscillations avant que l'amplitude devienne négligeable**.

- ✓ Si Q=1 alors le système est très amorti, on doit donc appliquer une force périodique pour entretenir l'oscillation.
- ✓ Si Q devient grand, l'oscillateur devient un **résonnateur**.

## 6.3 Oscillateur harmonique amorti et entretenu

Lorsqu'un oscillateur est amorti, on peut encore obtenir des oscillations périodiques en soumettant le système à un **forçage périodique F(t).**




$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\beta\frac{dx}{dt} - k\,x + F\sin(\omega t)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2\,x = \frac{F}{m}\sin(\omega t)$$

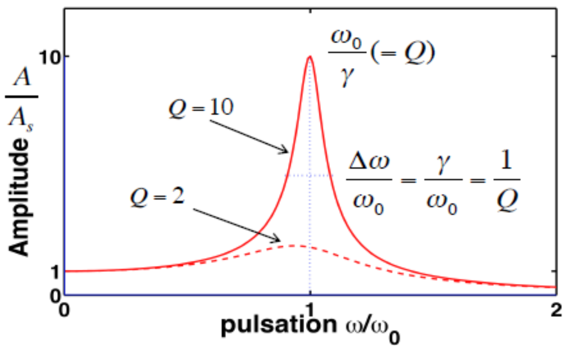
Il existe alors un **régime entretenu** avec des oscillations de fréquence **identique** à celle du forçage périodique ω :

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$$

Cependant, ici A et $\varphi$ ne sont pas arbitraires, mais des **fonctions de $\omega_0$**.

**Analyse de l'amplitude des oscillations et résonance :**

Un **phénomène de résonance** a lieu lorsque **Q>>1**.




L'amplitude dépend de la fréquence imposée avec une fréquence optimale égale à la **fréquence de résonnance**

La résonnance est maximale pour **ω = pulsation du système.**

L'amplitude devient maximale en fonction de $\omega_0$dans un petit intervalle $[\omega_0-\gamma/2\,,\ \omega_0+\gamma/2]$ (**bande passante du résonateur**).

**Exemple : résonnance dans un circuit RLC**

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \qquad \gamma = \frac{R}{L} \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q = \frac{\omega_0}{\gamma} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

On rajoute au circuit LC une résistance, on est dans un système d'oscillateur amorti et entretenu qui est à la base des systèmes sans contact.

**Fin !**