

Correction du DM pour le Tut' Live du 13/11/17

Tutorat 2017-2018



Exercice 1 : Dans les énoncés suivants trouvez le type de variable dont il est question :

Enoncé \ Comparaison	Deux variables qualitatives	Variable qualitative et quantitative	Deux variables quantitatives												
<p>Un célèbre groupe pharmaceutique a découvert une nouvelle molécule révolutionnaire : Jèmelachimyo®. Cette molécule est une statine utilisée pour traiter les cas d'hypercholestérolémies résistants. Notre groupe pharmaceutique choisi donc un promoteur de recherche qui constitue deux groupes (sélection sur dossiers médicaux) pour l'étude de l'efficacité du Jèmelachimyo®. Dans le premier groupe les patients inclus recevront la nouvelle molécule et dans le second ils recevront le Crestor, médicament de référence. Chaque groupe est constitué de 100 patients. Une partie des résultats est reportée dans le tableau suivant :</p> <table><tr><td></td><td>Patients guéris</td><td>Patients non guéris</td><td>Total</td></tr><tr><td>G1 (nouvelle molécule)</td><td>60</td><td>40</td><td>100</td></tr><tr><td>G2 (Crestor)</td><td>50</td><td>50</td><td>100</td></tr></table>		Patients guéris	Patients non guéris	Total	G1 (nouvelle molécule)	60	40	100	G2 (Crestor)	50	50	100	✓		
	Patients guéris	Patients non guéris	Total												
G1 (nouvelle molécule)	60	40	100												
G2 (Crestor)	50	50	100												
<p>On compare l'efficacité de deux régimes amaigrissants. Pour cela, on constitue par tirage au sort deux groupes comprenant chacun 10 personnes (G1 = régime 1, G2 = régime 2). On relève la masse de chacune de ces personnes avant et après le régime (après une période de 3 mois de régime).</p>		✓													
<p>Un cardiologue décide de réaliser une étude pour voir si manger salé accentue la poussée de boutons. Il va donc tirer au sort 400 personnes de l'hôpital où il travaille et les répartir aléatoirement dans deux groupes égaux. Le premier groupe mangera une dose de sel beaucoup plus importante et le deuxième en diminuera sa quantité, sans que ce soit nocif dans les deux cas. On obtient :</p> <p>Sel : nA = 200 ; nb de personnes qui ont une poussée de boutons : 150</p> <p>Pas de sel : nB = 200 ; nb de personnes qui ont une poussée de boutons : 90</p>	✓														
<p>On souhaite étudier l'effet d'un médicament sur le rythme cardiaque, pour cela on relève le poult de 10 personnes avant et après la prise de traitement. On souhaiter tester l'hypothèse d'égalité des fréquence cardiaques avant et après la prise de médicament.</p>		✓													
<p>On étudie le lien entre l'âge et la survenue du cancer au sein d'un échantillon :</p> <table><tr><td>Age</td><td>Nombre de cancer</td></tr><tr><td>[30 ans ; 40 ans]</td><td>15</td></tr><tr><td>]40 ans ; 50 ans]</td><td>30</td></tr><tr><td>]60 ans ; 70 ans]</td><td>75</td></tr></table>	Age	Nombre de cancer	[30 ans ; 40 ans]	15]40 ans ; 50 ans]	30]60 ans ; 70 ans]	75	✓						
Age	Nombre de cancer														
[30 ans ; 40 ans]	15														
]40 ans ; 50 ans]	30														
]60 ans ; 70 ans]	75														
<p>On étudie le lien entre l'âge et la taille d'une tumeur au sein d'un échantillon : m1 (moyenne des ages)=50 ; m2 (moyenne des tailles)=3</p>			✓												

Exercice 2 : Dans les énoncés suivants trouvez le type de variable dont il est question :

Énoncé \ Variable	Quantitative		Qualitative	
	Intervalle	Relative	Nominale (catégorielle)	Ordinale
La variable consommation d'alcool journalière mesurée de la façon suivante -0 verre ; 1 à 2 verres ; 3 à 4 verres ; plus de 4 verres -, elle est...				✓
La variable heure ...	✓			
Pour pouvoir évaluer l'avancée de la maladie, le praticien utilise la classification des adénocarcinomes du rectum : stade 0, stade 1, ..., stade 4. La variable « avancée de l'adénocarcinome du rectum » est...				✓
La variable Date...	✓			
La variable "Nombre de doigts" est une variable ...		✓		
La variable "Statut marital" avec "Marié" ; "Célibataire" ; "Pacsé" est une variable ...			✓	
La variable "Douleur" avec comme échelle "1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5" est une variable ...				✓
La variable "Genre" avec comme modalité "Femme" "Homme" "Autre" est ...			✓	
La surface d'une tumeur bénigne de la prostate...		✓		
La variable des 8 groupes socio-professionnels (source INSEE) : les agriculteurs exploitants : secteur primaire ; les artisans, commerçants et chefs d'entreprises ; les cadres...			✓	
La variable degré de satisfaction : très insatisfait, plutôt insatisfait, plutôt satisfait, très satisfait				✓
La variable température en degrés Celsius...	✓			
La variable température en degrés Fahrenheit ...	✓			
La variable température en degrés Kelvin...		✓		
La variable nombre de page d'un livre de Biostat' ...		✓		
La longueur des cheveux de Mayanne est...		✓		
La Pression que ressentent les étudiants en PACES : - invivable - insoutenable - forte - modérée – faible – nulle -				✓
La pression sanguine dans les artères en Pascal ...		✓		
La capacité d'accueil (nombre de place) de l'amphi petit Valrose et celui de Science Naturelles...		✓		
La distance Marseille / Nice : - loin – pas trop loin – proche -				✓
La distance Marseille / Nice (en m) ...		✓		
La lourdeur des vannes d'Enzo (en tonnes) ...		✓		



Exercice 3 : La loi normale centrée réduite

Résolution : étape par étape

- 1) On ramène cette loi normale quelconque à une loi normale centrée réduite. On cherche $P(X < 24)$, on va donc appliquer le calcul suivant : $\frac{24 - \text{moyenne}}{\text{écart-type}}$. Le résultat nous donnera la valeur à chercher dans la table !

$$\frac{24 - \text{moyenne}}{\text{écart-type}} = \frac{24 - 34}{4} = -\frac{10}{4} = -2,5$$

- 2) Après, on recherche la valeur calculée dans la table :



t	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.5279	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.5438	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.6293	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.6591	0.66276	0.6664	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.7054	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.7224
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.7549
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.7673	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.7823	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.8665	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.879	0.881	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.9032	0.9049	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.9222	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.9452	0.9463	0.94738	0.94845	0.9495	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.9608	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.9732	0.97381	0.97441	0.975	0.97558	0.97615	0.9767
2	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.9803	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.983	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.985	0.98537	0.98574
2.2	0.9861	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.9884	0.9887	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.9901	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.9918	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.9943	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.9952
2.6	0.99534	0.99547	0.9956	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.9972	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.9976	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861

- 3) On observe une probabilité de 0,99379 d'être INFÉRIEUR à 2,5 sur une loi normale centrée réduite. Or, la valeur que nous avons trouvée est -2,5. Il faut donc faire $1 - P(X < 2,5)$ pour trouver la bonne valeur. Cela nous donne $1 - 0,99379 = 0,00621$. Il y a donc 0,6% de la population à la naissance qui est atteinte de microcéphalie.
- 4) C'est tout bon, on a réussi l'exercice !

Exercice 4 :

Quand les personnes ont des maux de tête, elles vont en pharmacie pour acheter du paracétamol dans 30% des cas. Les autres préfèrent acheter de l'ibuprofène. Lors de prise de paracétamol, la probabilité d'être guéri le jour même est de 0,6. Pour l'ibuprofène, il y a une chance sur deux d'être guéri.

Comment s'y prendre ?

1. Quelle est la probabilité d'acheter du paracétamol et d'être guéri le jour même ?

1) Identifier les données de l'énoncé :

Quand les personnes ont des maux de tête, elles vont en pharmacie pour acheter du paracétamol dans 30% des cas. Les autres préfèrent acheter de l'ibuprofène. Lors de prise de paracétamol, la probabilité d'être guéri le jour même est de 0,6. Pour l'ibuprofène, il y a une chance sur deux d'être guéri.

$$P(A) = 0,3$$

$$P(cA) = 0,7$$

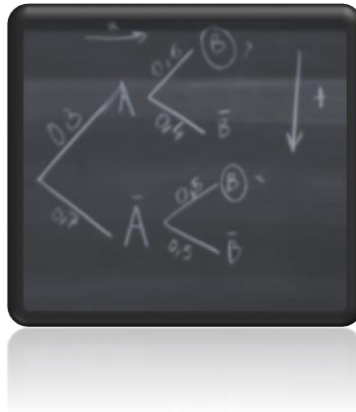
Quand les personnes ont des maux de tête, elles vont en pharmacie pour acheter du paracétamol dans 60% des cas. Les autres préfèrent acheter de l'ibuprofène. Lors de prise de paracétamol, la probabilité d'être guéri le jour même est de 0,6. Pour l'ibuprofène, il y a une chance sur deux d'être guéri.

$$P(B/A) = 0,6$$

$$P(B/cA) = 0,5$$

2) Construire un arbre :

Magnifique schéma d'Eva fait au tableau pendant le live :



3) Trouver à quoi correspond ce que l'on cherche :

Trouver la probabilité d'acheter du paracétamol et d'être guéri le jour même : **$P(A \cap B)$**

4) Trouver la bonne formule en fonction de nos données :

Avec le théorème de la multiplication on a : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$.

5) Calculer :

$$P(A \cap B) = 0,3 \times 0,6 = \mathbf{0,18}$$

2. Quelle est la probabilité de guérir le jour même et quel est le nom de la formule utilisée ?

On reprend à la troisième étape :

3) Trouver à quoi correspond ce que l'on cherche :

Quelle est la probabilité de guérir le jour même ?

→ $P(B)$

4) Trouver la bonne formule en fonction de nos données :

Avec le théorème des probabilités totales on a : $P(B) = P(A \cap B) + P(cA \cap B)$

5) Calculer :

$$P(B) = 0,3 \times 0,6 + 0,7 \times 0,5 = \mathbf{0,53}$$

3. Quelle est la probabilité d'avoir pris du paracétamol sachant qu'on a guéri le jour même ?

On reprend à la troisième étape :

3) Trouver à quoi correspond ce que l'on cherche :

Quelle est la probabilité d'avoir pris du paracétamol sachant qu'on a guéri le jour même?

→ $P(A/B)$

4) Trouver la bonne formule en fonction de nos données :

Avec la formule de Bayes on a : $P(A | B) = \frac{P(B | A) \times P(A)}{P(B)}$

5) Calculer :

$$P(A/B) = 0,6 \times 0,3 / 0,53 = 0,18 / 0,53 \approx 2/6 = 1/3$$

Exercice 5 :

On a suspecté les bonbons d'être responsable des caries des enfants. Pour cela on a constitué deux échantillons : un groupe de 500 enfants ne mangeant aucun bonbon puis un groupe de 500 enfants qui consomment énormément de bonbons. On compare le nombre de caries développée jusqu'à l'âge adulte au sein des deux groupes. On calcule $Z=2,6$.

A) Donnez H_1 et H_0 :

H_0 : Il n'y a pas de différence de nombre de caries entre le groupe d'enfants qui consomment des bonbons et celui qui n'en mange pas.

H_1 : Il y a une différence significative par rapport au nombre de caries du groupe d'enfants qui consomment des bonbons et celui qui n'en mange pas.

B) Quels sont les variables étudiées ?

- manger ou ne pas manger de bonbons → Qualitative
- Nombre de caries → Quantitatif (*en effet on compte par enfants le nombre de caries*)

C) Quel test va-t-on utiliser ?

- Comparaison qualitatif / quantitatif
- Effectif > 30 → Test de comparaison de moyenne (ou le test t de Student, mais moins adapté, ou U Mann et Whitney mais encore moins adapté, on préférera le test de comparaison de moyenne)

D) Que peut-on conclure ?

On regarde dans la table pour $\alpha=0,05$ (et à la ligne du 0 car on fait la somme des deux 0+0,05).

$Z_{théorique} = 1,96 \rightarrow Z_{calculé} = 2,6 > 1,96 \rightarrow$ On accepte $H_1 \rightarrow$ On cherche dans la table à quel risque en regardant pour de plus petits α s. Pour $\alpha=0,04$ on a $Z_{théorique} = 2,054 \rightarrow$ on est toujours inférieur au $Z_{calculé}$. On regarde pour des α s plus petits : on voit qu'on peut remonter jusqu'au 0,01 → **On accepte H_1 à un risque inférieur à 1%.**

alpha	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	infini	2.576	2.326	2.17	2.054	1.96	1.881	1.812	1.751	1.695
0.1	1.645	1.598	1.555	1.514	1.476	1.44	1.405	1.372	1.341	1.311
0.2	1.282	1.254	1.227	1.2	1.175	1.15	1.126	1.103	1.08	1.058
0.3	1.036	1.015	0.994	0.974	0.954	0.935	0.915	0.896	0.878	0.86
0.4	0.842	0.824	0.806	0.789	0.772	0.755	0.739	0.722	0.706	0.69
0.5	0.674	0.659	0.643	0.628	0.613	0.598	0.583	0.568	0.553	0.539
0.6	0.524	0.51	0.496	0.482	0.468	0.454	0.44	0.426	0.412	0.399
0.7	0.385	0.372	0.358	0.345	0.332	0.319	0.305	0.292	0.279	0.266
0.8	0.253	0.24	0.228	0.215	0.202	0.189	0.176	0.164	0.151	0.138
0.9	0.126	0.113	0.1	0.088	0.075	0.063	0.05	0.038	0.025	0.013