

I – Bases physiques

Un fluide est un milieu matériel déformable facilement (sans forme propre), qui a la capacité de s'écouler.

Milieu gazeux : déformable et compressible

Milieu liquide : déformable et incompressible

Fluide idéal : s'écoule sans frottements

Fluide réel : frottements (viscosité++)

La mécanique des fluides comporte 2 aspects :

- **Statique** : fluide immobile caractérisé par une pression. La viscosité n'intervient pas.
- **Dynamique** : fluide en mouvement (écoulement) caractérisé par un débit. Viscosité++

A – Statique d'un fluide idéal

La pression statique P correspond au poids de la colonne de fluide qui s'applique sur une paroi.

- ❖ **Pression relative** : poids de la colonne de liquide qui s'applique sur le capteur de pression = effet de la colonne de liquide.

$$\Delta P = \rho g h$$

ρ : masse volumique

g : accélération de la pesanteur

h : hauteur de la colonne de liquide

- ❖ **Pression absolue** : poids de la colonne de liquide à laquelle s'ajoute celle de la pression atmosphérique.

$$P_{\text{absolue}} = P_{\text{relative}} + P_{\text{atmosphérique}}$$

1) Dimension de la pression

Force par unité de surface	Energie par unité de volume
$[P] = \frac{[F]}{[S]}$ $[P] = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{L^2}$ $[P] = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$	$[P] = \frac{[E]}{[V]}$ $[P] = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{L^3}$ $[P] = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$

$$[P] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

2) Unités de pression

➤ Le Pascal (Pa) :

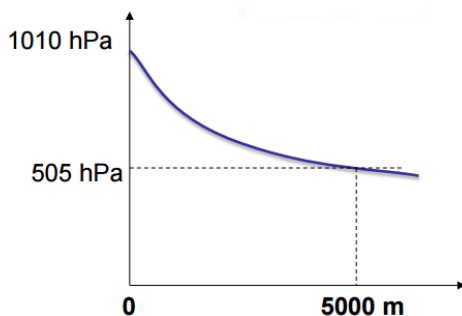
- unité du système international (SI) : $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N.m}^{-2}$
- unité faible à l'échelle des pressions étudiées : utilisations de multiples ($1 \text{ hPa} = 100 \text{ Pa}$)

➤ Le bar, le millimètre de mercure (mmHg), le centimètre d'eau (cmH2O) ...

3) La pression atmosphérique

La pression atmosphérique (P_{atm}) est le poids de la colonne d'air atmosphérique.

Elle varie avec l'altitude ou la profondeur :



Plus on monte et moins la colonne d'air atmosphérique au-dessus de nous sera importante.

En moyenne la pression atmosphérique diminue de moitié lorsque l'on s'élève de 5000m.

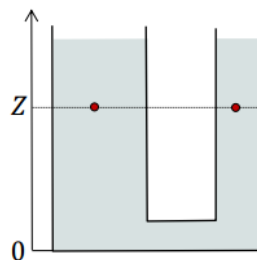
$$P_{\text{atm}} = \rho g h = 1013 \text{ hPa}$$

4) Principe et lois de Pascal

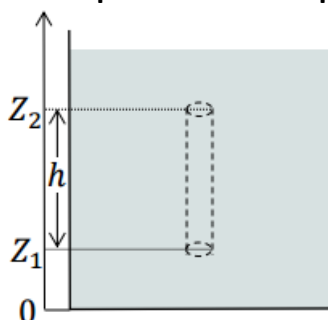
Principe de Pascal : Dans un liquide incompressible, une variation de pression se transmet intégralement et dans toutes les directions.

1^{ère} loi : La pression est la même dans toutes les directions (indépendante de l'orientation du capteur).

2^{ème} loi : La pression est la même en tout point de même profondeur (ou altitude).



3^{ème} loi : La différence de pression entre 2 point est proportionnelle à leur différence de hauteur.



$$\Delta P = P_{Z1} - P_{Z2} = \rho g h = -\rho g dz$$

Si Z diminue, P augmente (car h augmente).

B – Dynamique d'un fluide idéal

Un débit (Q) est un volume (V) qui traverse une section (S) par unité de temps.

$$Q = S \times v = \text{Section} \times \text{Vitesse d'écoulement}$$

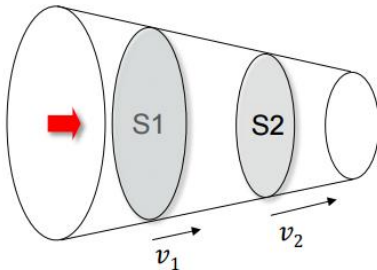
Q = débit en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ S = section en m^2 v = vitesse en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

1) Principe de continuité du débit

Ce phénomène est mis en évidence lorsque l'on respecte 3 hypothèses :

- ✓ Le fluide est **incompressible** : sa masse volumique ρ est constante.
- ✓ Le fluide s'écoule en **régime stationnaire** : la vitesse en 1 point est constante.
- ✓ La **section** du tuyau dans lequel s'écoule le fluide est de taille **variable**.

D'après ce principe, lorsqu'un fluide incompressible circule en régime stationnaire dans un conduit dont la section varie, le **débit** sera **constant** tout au long du circuit :



$$Q_1 = Q_2 = S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

Lorsqu'on se retrouve au niveau d'un rétrécissement, la vitesse augmente pour compenser la diminution de section et ainsi le débit reste constant.

2) Écoulement d'un fluide idéal

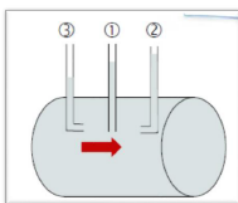
Un fluide idéal s'écoule selon 3 types d'énergies :

- ❖ **Energie E1 de pesanteur** (liée à l'altitude) : exerce une **pression de pesanteur** = ρgh
- ❖ **Energie E2 cinétique** (liée à la vitesse) : exerce une **pression cinétique** = $\frac{1}{2} \rho v^2$
- ❖ **Energie E3 de pression statique** (latérale) **P**

Comme il n'y a pas de frottements (fluide idéal), l'énergie totale de ce fluide est constante : c'est l'équation de Bernoulli :

$$\text{Pression totale} = \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 + P = \text{constante}$$

3) Mesure des pressions



① Pression latérale :
pression statique P

② Pression « terminale » :
 $P + \frac{1}{2} \rho v^2$

③ Pression « d'aval » :
 $P - \frac{1}{2} \rho v^2$

Nb : Attention, le terme « pression d'aval » bien que contradictoire désigne bien le capteur en amont

Dans un fluide en écoulement, les valeurs mesurées dépendent de l'orientation du capteur.

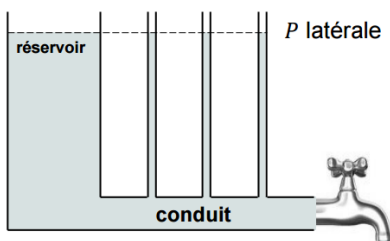
- Si le capteur est face au courant, on mesure la **pression « terminale »**, qui correspond à la somme de la pression statique P et de la pression cinétique $\frac{1}{2} \rho v^2$ qui s'exerce sur le capteur.
- Au contraire si le capteur est dos au courant, il faut soustraire la composante cinétique à la pression statique P pour obtenir la **pression d'aval**.

$$\text{Pression « terminale » - Pression statique} = \text{Pression cinétique } \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$P_T - P = \frac{1}{2} \rho v^2$$

4) Cas particulier de l'écoulement horizontal

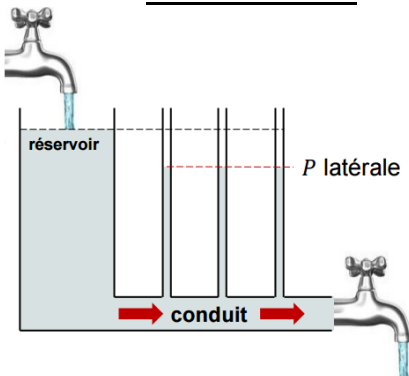
❖ En condition statique :



Le robinet est fermé : le réservoir permet de maintenir une certaine pression statique (latérale) P .

$\frac{1}{2} \rho v^2 = 0$ et $\rho gh = \text{cste}$ donc $P = \text{constante}$

❖ En écoulement :



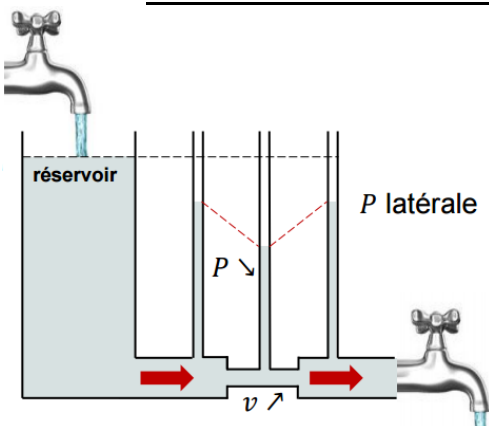
On ouvre le robinet.

L'écoulement est horizontal donc $\rho gh = \text{cste}$

La pression totale se répartit donc entre pression latérale et la pression cinétique :

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + P = \text{constante}$$

❖ Effet de la variation de section :



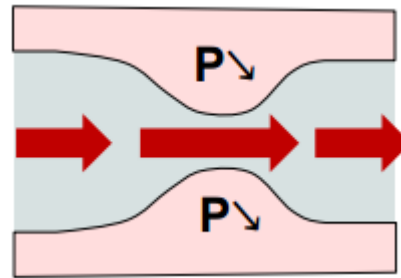
La pression totale se répartit entre la pression cinétique et la pression statique car la pression de pesanteur s'annule.

Si S diminue, alors v augmente (car Q constant), donc la pression cinétique augmente et la pression latérale diminue pour satisfaire l'équation.

L'effet de la variation de section du conduit sur la pression s'appelle effet Venturi. +++

Patho : risque en cas de sténose :

L'effet Venturi est très important en pathologie. Au niveau d'une sténose vasculaire, la vitesse du sang et donc la **pression cinétique** \nearrow donc la **pression latérale** \searrow , impliquant un risque d'**obstruction** par spasme si la pression diminue trop, ce qui conduit à un arrêt de la circulation sanguine dans le vaisseau.



C – Dynamique d'un fluide réel

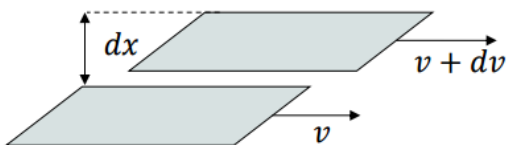
1) La « perte de charge »

Pour un fluide réel, les frottements interviennent : c'est la viscosité. **La viscosité correspond à des frottements (entre les molécules du fluide) qui consomment de l'énergie (chaleur).** Cette perte d'énergie est appelée « **perte de charge** », liée à la dissipation d'énergie en chaleur.

L'équation de Bernoulli n'est plus vérifiée !!

$$P_T = \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 + P \neq \text{constante}$$

2) La viscosité



Deux lames de fluide circulent parallèlement à des vitesses différentes et exercent une force de frottement sur l'autre : **consommation d'énergie.**

$$F = \eta S \frac{Dv}{Dx}$$

S = section et Dv/Dx = « **taux de cisaillement** »

La viscosité η est une constante caractéristique d'un liquide donné, elle s'exprime en Pa.s (Poiseuille). F s'exprime en Newton.

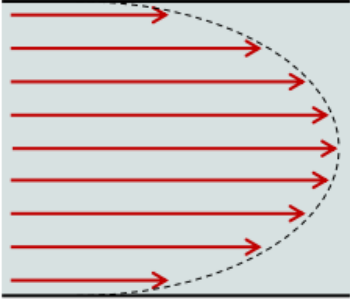

$$[\eta] = \frac{[F]}{[S]T^{-1}} = \frac{[P]}{T^{-1}} = [P] T$$
$$[\eta] = \frac{MLT^{-2}}{L^2T^{-1}} = ML^{-1}T^{-1}$$

$$\eta = kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1} = Pa \cdot s = \text{Poiseuille (Pl)}$$

Les liquides Newtoniens	Les liquides non Newtoniens
η est une constante caractéristique du liquide mais qui varie avec la température . Si la température \nearrow alors η \nearrow . Ex : eau, $\eta=10^{-3}$ Pa.s à 20°C	η dépend de la température mais aussi de dv/dx , le gradient de vitesse ou « taux de cisaillement ». Ex : le sang : phénomène de rhéofluidification : Quand $dv/dx \searrow$, formation de rouleaux de globules rouges et $\eta \nearrow$.

3) Les 2 régimes d'écoulement d'un fluide réel

- **Fluide idéal** : toutes les molécules se déplacent à la même vitesse car il n'y a pas de viscosité.
- **Fluide réel** : la viscosité fait que les molécules se déplacent à des vitesses différentes selon les interactions entre elles et avec les parois. Cette viscosité permet de définir **2 régimes d'écoulement** d'un fluide réel :

Ecoulement laminaire	Ecoulement turbulent
<ul style="list-style-type: none"> • A vitesse faible, la viscosité est un facteur de cohérence. • Couche mince au contact de la paroi ne se déplace pas. • Les lignes de courant ne se croisent pas. • La vitesse est maximale au centre. • Profil parabolique des vitesses. 	<ul style="list-style-type: none"> • La viscosité n'est plus un facteur de cohérence à vitesse moyenne ou élevée. • Les trajectoires individuelles tourbillonnent. • Les lignes de courant se croisent. • Pas de distribution systématisée des vitesses. • La vitesse moyenne diminue. 

4) Frontière entre les 2 régimes d'écoulement

Dépend de 4 paramètres simultanés :

- ✓ La masse volumique du liquide ρ
- ✓ Le diamètre du conduit d
- ✓ La vitesse moyenne d'écoulement v
- ✓ La viscosité η

↗ → Risque de turbulence ↗

↘ → Risque de turbulence ↘

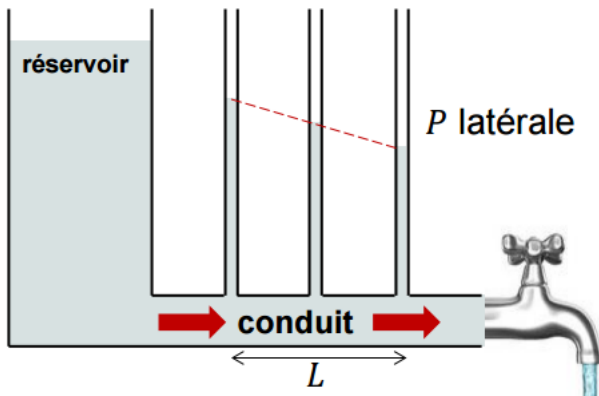
Le nombre de Reynolds est un nombre empirique sans unité qui sert à définir le seuil entre les 2 régimes.

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}$$

- Si $Re \leq 2000$: régime d'écoulement **laminaire**
- Si $Re > 10\,000$: régime d'écoulement **turbulent**
- Entre les deux : le régime est **instable**

La **vitesse critique** est la vitesse au-delà de laquelle le régime laminaire n'est plus garanti : $v_c = 2000\eta / \rho d$

5) La loi de Poiseuille



Lors de l'écoulement d'un fluide réel à l'horizontale (pression de pesanteur = cste et section cste donc pression cinétique cste), **seule P la pression latérale peut varier pour compenser la perte de charge sous forme de chaleur**, vérifiant la loi de Bernoulli :

$$P_T = \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 + P + \text{chaleur} = \text{constante}$$

→ D'après la loi de Poiseuille la pression latérale P compense la perte de charge.

$$\Delta P = Q \frac{8\eta L}{\pi r^4}$$

Q = débit
 L = distance
 η = viscosité
 r = rayon du conduit

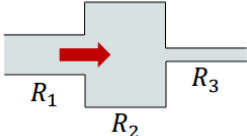
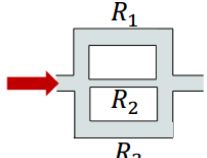
R = résistance à l'écoulement

$$\Delta P = Q \times R \text{ avec } R = \frac{8\eta L}{\pi r^4}$$

La variation de pression entre 2 points du circuit est égale au produit de la résistance et du débit : la perte de charge est **linéaire**.

Cette loi détermine les **chutes de pression dans l'arbre vasculaire** en physiologie (artères).

Pour les systèmes de circuits complexes, les résistances à l'écoulement se combinent comme en électricité $U=RxI$.

Conduit en série	Conduit en parallèle
$R_t = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$  <p>La résistance totale du circuit est égale à la somme des résistances individuelles des sections traversées.</p>	$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$  <p>La résistance totale du circuit est égale à l'inverse de la somme des inverses des résistances individuelles.</p>

Application numérique (type concours) ++ :

Exercice: Soit une artériole avec un débit de $6 \text{ mL} \cdot \text{min}^{-1}$. Elle se divise en 100 capillaires de rayon $r = 0,4 \text{ mm}$ et de longueur $L = 2 \text{ cm}$. Quelle est la chute de pression entre l'entrée et la sortie de ce réseau capillaire ? ($\eta = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$)

$$\Delta P = Q \times R \text{ avec } R = \frac{8\eta L}{\pi r^4} \text{ résistances à l'écoulement}$$

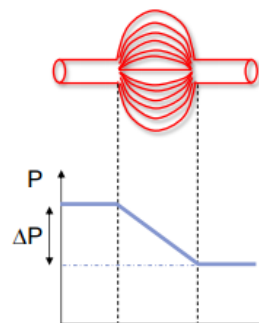
- En SI: $Q = 6 \text{ mL} \cdot \text{min}^{-1} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
 $r = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ et $L = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

- $\Delta P = Q \times R$?

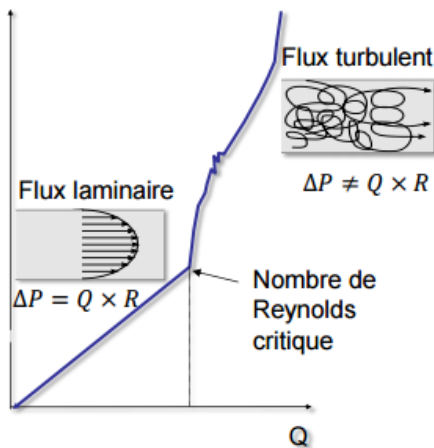
- $R_i = \frac{8\eta L}{\pi r^4} = \frac{8 \times 4 \cdot 10^{-3} \times 2 \cdot 10^{-2}}{\pi (4 \cdot 10^{-4})^4} = 796 \cdot 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{s}^{-1}$

- $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{100} \frac{1}{R_i} = \frac{100}{R_i} \Rightarrow R = \frac{R_i}{100} = 796 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{s}^{-1}$

- $\Delta P = Q \times R = 1 \cdot 10^{-7} \times 796 \cdot 10^5 = 7,96 \text{ Pa}$



6) Ecoulement en régime turbulent



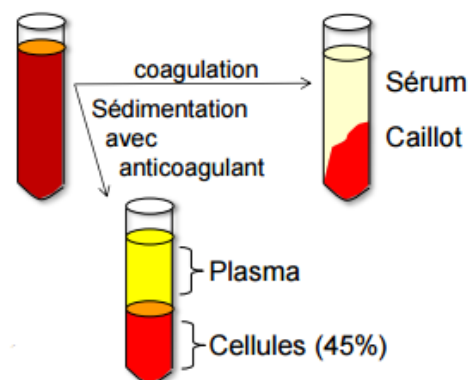
- ✓ **Ecoulement laminaire :**
 - Toute l'énergie est utilisée pour vaincre la viscosité
 - La relation entre débit et pression est linéaire
 - **Loi de Poiseuille ++**
- ✓ **Ecoulement turbulent :**
 - Les tourbillons consomment de l'énergie
 - Régime peu efficace
 - Pas de proportionnalité entre ΔP et Q
 - **Chaleur + vibrations** = bruits / souffle.

II – Particularités liées au sang

A – Description du sang au repos

Le sang est une suspension de cellules baignant dans une solution macromoléculaire : le plasma.

- ✓ Si on laisse le sang coaguler, un caillot va se former et au-dessus va se trouver le **sérum**.
- ✓ Avec un inhibiteur de coagulation, les cellules sédimentent et le liquide surnageant est le **plasma**.



Hématocrite (Ht) = Volume de cellules / Volume total (normale = 0,45 = 45%)

Plasma = Sérum + éléments coagulants. **Fluide Newtonien.**

Sérum = Plasma – éléments coagulants (piégés dans le caillot).

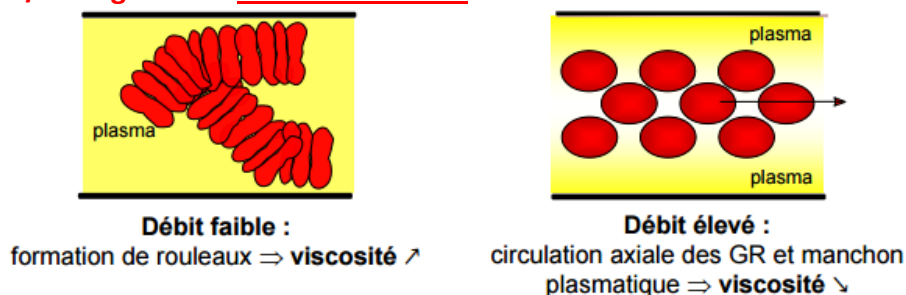
Les cellules sanguines (globules rouges) ont des propriétés rhéologiques qui font que le sang se comporte comme un **fluide non Newtonien**.

B- Description rhéologique du sang en écoulement dans les gros vaisseaux

Rhéologie : étude des déformations de la matière en mouvement.

La viscosité du sang est due aux **interactions intercellulaires**, qui font que le sang est un fluide non Newtonien dont la viscosité η varie avec dv/dx (taux de cisaillement).

η diminue quand dv/dx augmente : rhéofluidification +++



Le comportement du sang, lié à sa viscosité, dépend à la fois de la température, du taux de cisaillement (gradient de vitesse), et de l'hématocrite.

$$T^{\circ}\text{C} \nearrow \rightarrow \eta \searrow$$

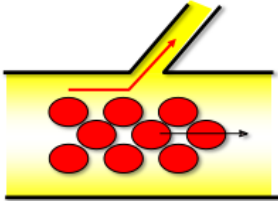

$$dv/dx \nearrow \rightarrow \eta \searrow$$

$$\text{Ht} \nearrow \rightarrow \eta \nearrow$$

Patho : la polyglobulie primitive ou maladie de Vaquez :

→ Augmentation du **nombre de GR**, donc de l'hématocrite, donc risques de **thromboses** et d'ischémies dans les extrémités par hyperviscosité du sang.

C – Description rhéologique du sang en écoulement dans les petits vaisseaux

Artérioles	Capillaires < 8µm
<p>Circulation axiale des GR mais phénomène d'« écrémage » au niveau des vaisseaux latéraux → diminution locale de l'hématocrite.</p> 	<p>Déformation des GR : c'est la viscosité intracellulaire qui intervient.</p> 

Patho : La drépanocytose :

→ Maladie génétique, mutation de de **l'hémoglobine** qui cristallise et entraîne la **falciformation** des globules rouges, la **viscosité intracellulaire** augmente et les GR, incapables de se déformer normalement, provoquent des **thromboses** capillaires.