Bases de physique générale

Eléments de mécanique classique

I. Mécanique newtonienne

a. Cinématique et dynamique newtonienne

Cinématique : décrit et prédit le mouvement et la trajectoire d'un objet dans l'espace grâce à sa **position**, sa **vitesse** et son **accélération**.

Dynamique : s'intéresse aux **forces exercées sur l'objet** étudié.

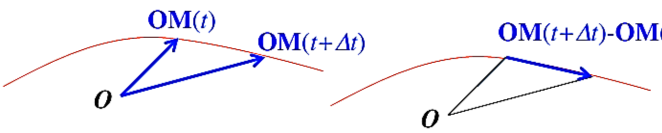
1. Référentiel et vecteur position

Etude d'un objet en mouvement : par rapport à un référentiel, un corps de référence, auquel est attribué **un repère spatial** et un **repère temporel**.

L'objet étudié est représenté par un point, M, sa position est caractérisée par le **vecteur position OM(t)**.

2. Vecteur vitesse

$$\vec{v} = \frac{d\mathrm{OM}(t)}{dt}$$



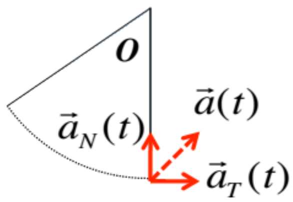
Vecteur vitesse : dérivée du vecteur position par rapport au temps

Vitesse : variation de la position du point M au cours du temps

Le vecteur vitesse est **TOUJOURS tangent à la trajectoire empruntée par le point M**. c'est-à-dire au mouvement.

3. Vecteur accélération

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}\,(t)}{dt}$$



Vecteur accélération : dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps.

Accélération : variation de la vitesse au cours du temps. L'accélération est directement liée à la force qui s'exerce sur l'objet, de ce fait l'accélération est la somme de 2 vecteurs dépendants de la force exercée sur l'objet : $a_T(t)$ l'accélération tangentielle et $a_N(t)$ l'accélération normale.

L'**accélération tangentielle est colinéaire à v(t)**

L'**accélération normale est perpendiculaire à v(t)**

Trajectoire courbe, $a_N(t)$ est dirigée vers l'intérieur de la trajectoire.

Mouvement rectiligne $a_N(t) = 0$, la force exercée sur l'objet ne permet pas de modifier sa trajectoire.

Mouvement circulaire uniforme $a_T(t) = 0$, la force exercée sur l'objet ne permet pas de modifier la valeur de sa vitesse et sa trajectoire reste donc uniforme.

4. Notions de dynamique

La quantité de mouvement d'un objet est caractérisée par $\vec{P} = m\vec{v}$ avec m la masse et v la vitesse de l'objet.

Les lois de la dynamique les plus basiques sont les lois de Newton :

1ère loi de Newton ou principe d'inertie : $\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{Ftot} = 0$

Si la force totale qui s'exerce sur un objet est nulle alors la quantité de mouvement de l'objet reste constante (exprimée dans la formule sous la forme de la dérivé de la quantité de mouvement par rapport au temps).

2ème loi de Newton ou Principe Fondamental de la Dynamique **(PFD)**: $\frac{d\vec{P}}{dt} = \overrightarrow{Ftot}$

La force totale qui s'exerce sur un objet est égale à la variation de la quantité de mouvement, c'est-à-dire à sa dérivée par rapport au temps.

3ème loi de Newton ou principe d'action-réaction **:** $\vec{F}a/b = -\vec{F}b/a$

Lorsqu'un corps A exerce une force sur un corps B, alors B exerce une force opposée de même intensité sur ce corps A.

Dans le calcul du Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) on considère $\sum \overrightarrow{Fext} = \overrightarrow{Ftot}$ c'est-à-dire que la somme des forces extérieures exercées sur l'objet correspond à la force totale exercée sur cet objet, ici on ne prend pas en compte les variations de forces internes que l'on considère comme nulles.

Les forces extérieures sont des 2 types : **de contact** (ex : force de frottement) et **à distance** (ex : force d'attraction gravitationnelle)

b. Les différents types de forces

Il est important de connaître les formules de ces forces pour ensuite pouvoir plus tard calculer l'énergie d'un objet soumis à cette force.

1. Force d'attraction gravitationnelle

$\vec{F}a/b = -G\frac{m_a * m_b}{r^2}$ avec G = 6.7 10^{-11} N.m^2.kg^{-2}, la valeur de G ou constante gravitationnelle n'est pas à retenir, il faut savoir qu'elle est très petite (comparée à k vue plus bas). Ici m correspond à la masse des corps étudiés et r à la distance séparant les 2 corps.

En simplifiant l'équation avec les valeurs de masse et de rayon de la Terre on obtient la force de pesanteur :

$\vec{F}t = -mg \cong -10m$ avec $g = G\frac{m_T}{Rt^2} \cong 9{,}81ms^{-2}$ ici m_T correspond à la masse de la Terre et R_T son rayon.

2. Force électrique de Coulomb

$\vec{F}a/b = k\frac{q_a * q_b}{r^2}$ avec k = 9.10^9 N.m^2.C^{-2}, la valeur de k n'est pas à connaître, il est indispensable de savoir que k est très grande, bien plus que G, cela implique que **la force électrique de Coulomb est bien plus forte que l'attraction gravitationnelle et que celle-ci devient négligeable devant la force de Coulomb**.

Ici r correspond à la distance séparant les charges électriques étudiées et q correspond à la valeur des charges étudiées en Coulomb, cette valeur pouvant être négative ou positive on en déduit que **la force électrique de Coulomb peut-être attractive ou répulsive** selon les valeurs respectives de q_a et q_b.

De plus la force de Coulomb est additive ce qui permet la création de champs électrique, un champ de force créé par la répulsion et l'attraction de charges électrique.

Ce champ $\vec{E}$ se caractérise par la force qui s'exercerait sur une charge unité q=1. C'est-à-dire $\vec{F} = q\vec{E}$

3. Force rappel d'un ressort

$$\vec{Fr} = -k(x - x0)\vec{i}$$

Ici x0 correspond à la position d'origine du ressort au repos, x à sa position finale et k est la constante de rappel du ressort. Le signe «-» au début de l'équation nous montre que la force s'exerce en sens inverse au mouvement, d'où le rappel du ressort.

4. Force de frottement visqueux

$$\vec{F}visq = -\beta\vec{v}$$

Ici β est la force de frottement visqueux et v la vitesse initiale du corps étudié. Le signe « - » nous montre que la force s'exerce en sens inverse au mouvement, d'où le ralentissement dû au frottement.

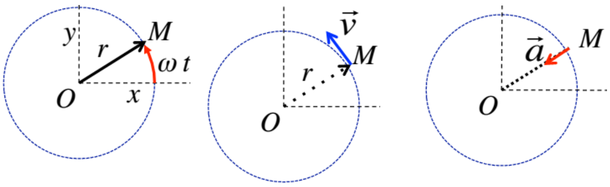
5. Force de frottement sec dynamique

$$\vec{F}s = -\mu d * mg * sign(\vec{v})\_\vec{i}$$

μd est le coefficient de frottement sec dynamique, mg correspond à la force de pesanteur exercée par la terre sur l'objet de masse m étudié, $sign(\vec{v})$ est le signe de la vitesse de l'objet (positif ou négatif).

c. Applications et exemples

1. Mouvement circulaire uniforme



ω est la vitesse angulaire

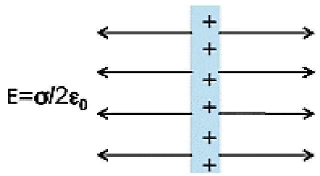
||OM|| = r

$\boldsymbol{v = \omega r}$ donc $\boldsymbol{\omega = v/r}$ et $\boldsymbol{a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}}$

On peut remarquer que la vitesse est bien tangente à la trajectoire et que l'accélération est purement centripète (c'est-à-dire dirigée vers le centre, contrairement à centrifuge = qui s'éloigne du centre).

On peut en déduire que la composante tangentielle de l'accélération est nulle.

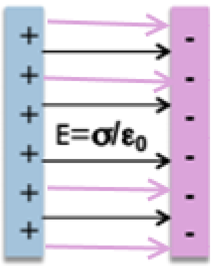
2. Champ électrique créé par une distribution de charge

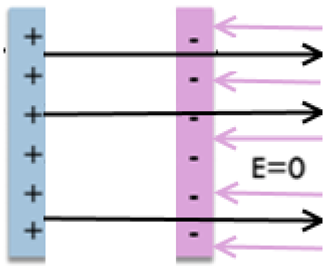


$\mathbf{E = \sigma/2\, \varepsilon_0}$

E est le champ électrique créé par le plan infini de charge positive présenté ci-contre.

σ est la densité de charge , ε_0 est la constante diélectrique du vide.

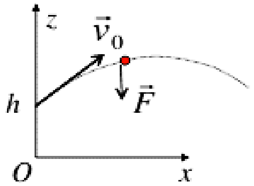




La force de Coulomb étant additive, dans le cas suivant (cas d'un condensateur) où l'on a un plan de charge positive et un plan de charge négative, le champ est 2 fois plus important à l'intérieur car les forces s'additionnent alors qu'à l'extérieur le champ est nul car on a soustraction des forces.

$E_{milieu} = E+E = 2*(\sigma/2\, \varepsilon_0) = \sigma/\varepsilon_0$ et $E_{ext} = E-E = 0$

3. Trajectoire d'une masse m dans un champ de force constant

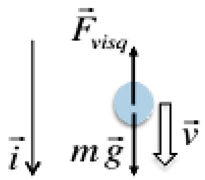


$$\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$
$$vz(t) = v0z - at$$
$$z(t) = h + v0zt - \frac{at^2}{2}$$

m=masse, t=temps pris pour le calcul, h=hauteur initiale, v0= vitesse initiale (elle sera nulle dans la plupart des calculs pour les faciliter)

a= accélération=g=9.81

4. Chute d'une particule dans un fluide soumis à un frottement visqueux



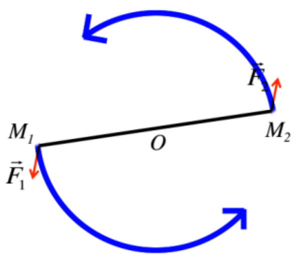
$$\vec{F}visq = -\beta\vec{v}$$
$$vlim = \frac{mg}{\beta}$$
$$\tau = \frac{m}{\beta}$$

La chute d'un corps soumis à un frottement visqueux est caractérisée par une décroissance exponentielle. Ainsi le frottement diminue la vitesse de manière exponentielle jusqu'à se rapprocher de la vitesse limite. On considère que cette vitesse limite est atteinte au bout d'un temps τ.

β est le coefficient de viscosité et mg est l'accélération subie par la particule.

II. Dynamique de rotation

a. Le moment d'une force Γ



Dans le cas suivant, les forces F_1 et F_2 font tourner les points M_1 et M_2 autour de O.

On appelle **Γ le moment de la force** s'exerçant sur OM, cette grandeur physique correspond à la **capacité à faire tourner OM**.

On remarque dans cet exemple que F1 et F2 sont opposées, $F_1+F_2=0$, la force totale exercée sur ce système est nulle mais le moment de force total lui ne l'est pas.

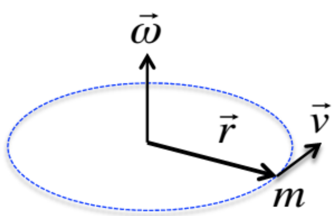
b. Le moment angulaire J

Aussi appelé **moment cinétique**, le **moment angulaire** est l'équivalent de la quantité de mouvement dans le principe fondamental de la dynamique (PFD)

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \overrightarrow{Ftot} \rightarrow \frac{d\vec{J}}{dt} = \overrightarrow{\Gamma tot} \quad \text{et} \quad \frac{d\vec{J}}{dt} = 0 \leftrightarrow \overrightarrow{\Gamma tot} = 0$$

Si $\overrightarrow{\Gamma tot} = 0$ alors J est constant c'est le cas de la rotation libre

c. Le moment d'inertie I



$\vec{J} = I\vec{\omega}$ Ici I est le moment d'inertie et $\vec{\omega}$ est la vitesse angulaire

Le calcul de I va dépendre du type d'objet en rotation :

- **Cas d'une roue creuse ou d'une masse ponctuelle :** $I = mr^2$
- **Cas d'une roue pleine ou d'un cylindre :** $I = \frac{1}{2}mr^2$

A rayon identique, il est plus difficile de faire tourner une roue creuse qu'une roue pleine car son moment d'inertie I est plus élevé

Le moment d'inertie I varie avec le carré du rayon, **plus le rayon d'un objet est important plus il est difficile de le faire tourner**

Dans le cas de la rotation libre (moment angulaire constant), si l'on augmente le rayon de l'objet alors la vitesse angulaire diminue

III. Formalisme du potentiel

a. Travail d'une force

On appelle le travail d'une force, W_{AB}, **l'énergie fournie pour déplacer un objet d'un point A à un point B**

Le travail d'une force correspond à la variation d'énergie cinétique d'un point A (arrivée) à un point B (départ). De même il correspond à la variation d'énergie potentielle d'un point B (départ) à un point A (arrivée).

$\boldsymbol{W_{AB} > 0}$ **: travail moteur**

$\boldsymbol{W_{AB} < 0}$ **: travail résistant**

Force conservative : W ne dépend pas du chemin suivi

- Force de pesanteur, de rappel d'un ressort, de Coulomb

Force non conservative : W dépend du chemin suivi (perte d'énergie)

- Forces de frottement

Selon le type de forces, le travail peut dépendre ou non du chemin suivis s'il y a perte ou non d'énergie lors du déplacement de l'objet. Dans le cas des forces de frottement il y a perte d'énergie sous forme de chaleur, la force dépend donc du chemin suivi et n'est pas conservative. Dans le cas des forces conservatives le travail ne dépend pas du chemin suivi.

b. Energie potentielle U

L'énergie potentielle est liée à une interaction, à la force qui s'exerce sur l'objet. Cette énergie a le **potentiel de se transformer en énergie cinétique.**

Cette énergie potentielle dépend de la position spatiale et temporelle de l'objet

L'énergie potentielle est égale au travail de la force à une constante près, généralement choisie à 0.

$$\boldsymbol{U_p(x) = W_x + constante}$$

c. Energie cinétique et énergie mécanique

Formule de l'énergie cinétique $\boldsymbol{E_c = \frac{1}{2}mv^2}$

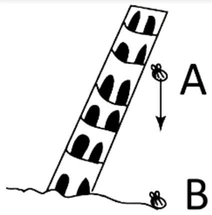
Formule de l'énergie mécanique (dans le cas où les forces sont conservatives)

$$\boldsymbol{E = E_c + U = \frac{1}{2}mv^2 + U}$$

Si les forces sont conservatives alors l'énergie mécanique est conservée. Dans le cas de force de frottement il y a perte d'énergie sous forme de chaleur et donc diminution de l'énergie mécanique.

d. Exemple : la force de pesanteur

$\vec{F} = -mg$ et g=9,81ms^{-2}



Le travail de la force de pesanteur est égal à : $W_{AB} = mg(x_A - x_B)$

Energie mécanique : $E = E_c + U = \frac{1}{2}mv^2 + mg(x_A - x_B)$ + ctte

Avec : m la masse, g la force d'attraction de la Terre (ou accélération soumise par la Terre à l'objet), v la vitesse initiale de l'objet, x les positions de l'objet au cours du temps.

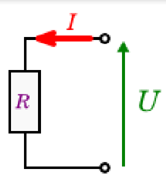
IV. Conduction électrique

a. Isolants et conducteurs

Il existe 2 types de matériaux :

- <u>**Isolant**</u> : ce sont des **matériaux diélectriques**, ils n'ont donc **pas de charges électriques libres** (d'où la non conduction de l'électricité) mais sont soumis au **phénomène de polarisation** si on leur applique un champ électrique.
- <u>**Conducteurs**</u> : ce sont des matériaux possédant des **charges libres** et donc pouvant faire **passer le courant**, la plupart des **métaux** sont conducteurs.

b. Loi d'Ohm



$U = R * I \leftrightarrow I = U/R$ U, la tension, correspond à la différence de potentiel électrique aux bornes du conducteur, la loi d'Ohm décrit le phénomène du déplacement des charges dans un conducteur sous l'effet de cette différence de potentiel électrique.

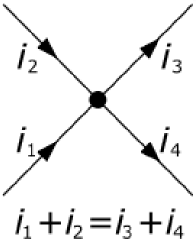
$$\underset{\text{tension (volt)}}{U} = \underset{\text{résistance (ohm)}}{R} \cdot \underset{\text{intensité (ampère)}}{I}$$

Le conducteur est parcouru par un courant I et est caractérisé par une résistance qui lui est propre, **plus la résistance est importante plus l'intensité du courant est faible.**

A cause de la résistance, il est nécessaire d'apporter de l'énergie électrique pour maintenir un courant constant, car une partie de l'énergie est dissipée par la résistance du conducteur sous forme de chaleur, cette énergie est caractérisée par la puissance consommée $P = U * I = R * I^2$

La résistance d'un matériau s'exprime ainsi : $R = \frac{L}{S}\rho$ Avec R la résistance, L la longueur et S la section du matériau et ρ la résistivité propre au matériau.

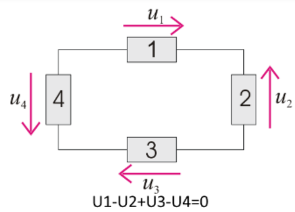
c. Lois de Kirshoff



Un nœud

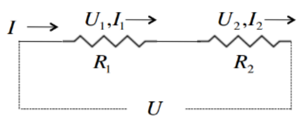
Loi des nœuds : la somme **des courants** qui arrivent sur un nœud du réseau s'annule

Loi des mailles : la somme **des tensions** le long d'une maille (circuit fermé) du réseau s'annule



Une maille

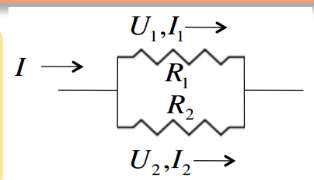
d. Application des lois de Kirchhoff



Résistance en série

Résistances en série : $R_{eq} = R_1 + R_2$

Résistances en parallèle : $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$



Résistance en parallèle

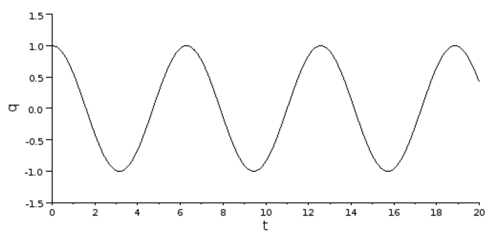
V. Oscillateurs

Possèdent une **position d'équilibre stable**

Font des **oscillations périodiques** quand ils sont déplacés de cette position

Les oscillations s'**atténuent** dans le temps **si non entretenues**

Exemples : masse liée à un ressort, pendule…



$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$ **:** équation du mouvement d'un oscillateur harmonique, **ω** représente la pulsation propre de l'oscillateur et qui **ne dépend que de ses caractéristiques propres**.

Bon courage pour cette année !

L'UE3a est avec vous !