Bases de la physique quantique

La mécanique classique et l'électromagnétisme permettent d'expliquer beaucoup de choses, cependant certains phénomènes restent inexplicable à partir de ces théories, notamment :

- ✓ Le rayonnement du corps noir
- ✓ L'effet photoélectrique
- ✓ La stabilité des atomes et les spectres de raies

C'est pour donner une explication à ces phénomènes qu'est née la physique quantique.

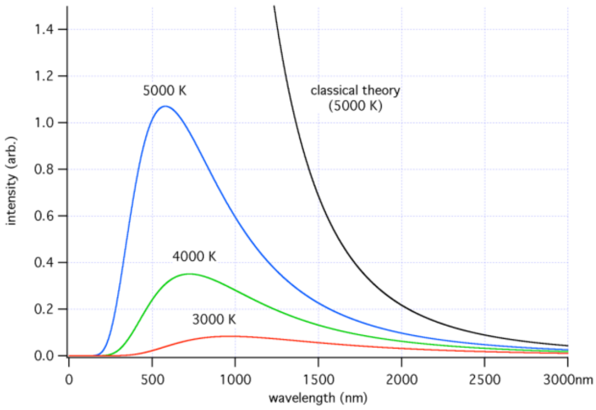
I. Le corps noir

Un **corps noir** est un système composé de plusieurs constituants élémentaires (= atome et molécules) dont le **spectre électromagnétique** ne dépend que de sa **température**. On suppose que le corps noir est donné avec une **température interne constante** : paramètre essentiel de ce système.

L'hypothèse principale du corps noir est que toutes les ondes émises par un constituant sont absorbées par d'autres constituants : il n'y a donc **aucune onde sortant du système**, c'est-à-dire que toute l'énergie initiale contenu dans le corps noir ne peut s'échapper.

1. La théorie du corps noir

Expérimentalement, on observe qu'un corps chauffé à une température T émet un **spectre continu** de rayonnement électromagnétique. La puissance émise par unité de surface augmente rapidement avec T, impliquant des longueurs d'onde de plus en plus faibles.



Pour mesurer les caractéristiques de ces ondes électromagnétiques (= λ ou ν), on va utiliser un **détecteur** capable d'enregistrer les **longueurs d'onde** (λ) des rayonnements échangés entre les différents constituants du système. Ce détecteur va ensuite assimiler à chaque λ possible l'**énergie** correspondante.

On obtient ce genre de courbe. On voit la **courbe noire**, qui correspond à la **théorie classique**, l'énergie tend à augmenter vers l'infini, mais ça ne correspond pas aux observations faites.

Les courbes colorées suivent la théorie de la physique quantique.

On obtient un **spectre continu** car chaque constituant élémentaire va **émettre des ondes** avec une λ et donc une **énergie variable**. Pour une température donnée, on aura un maximum de rayonnements possédant une même énergie : on aura donc une **émission maximale** pour une **longueur d'onde** donnée.

Exemple :

Prenons la **courbe bleue** (à 5000K), on a **un maximum d'intensité** pour une longueur d'onde **λ = 600 nm**, ce qui signifie que la **majorité des constituants élémentaires** émettent des rayonnements dont λ vaut **600 nm**. (De plus, on se trouve ici dans la fenêtre du visible)

Le phénomène qui explique que lorsqu'on **chauffe un corps**, il émet une **lumière** est le phénomène d'**incandescence** : cette lumière est donc **d'origine thermique**. On peut également décrire l'**incandescence** comme un phénomène d'**équilibre** entre l'absorption et l'émission de photons.

B. La loi du déplacement de Wien

Pour relier la température du système à la longueur d'onde maximale λ_{max} (= λ pour laquelle on a le maximum d'intensité), on utilise la loi du **déplacement de Wien** :

$$\lambda_{max}.T = 0,29\ cm.K$$

Attention unités :

λ s'exprime en cm
T s'exprime en Kelvin

On remarque que λ_{max} **diminue avec la température !**

Donc pour des **températures élevées**, on verra des **couleurs froides**, pour de **faibles températures**, des **couleurs chaudes**.

Le principe d'incandescence et l'utilisation de la loi de Wien se retrouve en particulier pour la lumière créée par **une étoile**.

Exemple 1 : Le soleil

On considère que le soleil se comporte comme **un corps noir**. Ce n'est pas tout à fait vrai puisque l'hypothèse principale n'est pas vérifiée (toute l'énergie initiale ne reste pas confinée dans le système) mais **l'énergie perdue** par rayonnement est tellement faible, qu'elle est **négligeable** : on considère donc **l'énergie** du soleil comme **constante** malgré le rayonnement émis.

La température du soleil est d'environ 5750K, donc on a son maximum d'intensité pour un rayonnement électromagnétique λ = 504 nm (vert-jaune). Néanmoins la lumière émise par le soleil nous apparaît blanche puisqu'il s'agit d'un **spectre continu composé de beaucoup de longueur d'onde !**

Exemple 2 : Le corps humain

En prenant une température moyenne de 37 °C, on se rend compte que le corps humain émet un rayonnement avec un maximum d'intensité pour λ = 10 µm (infrarouge)

C. Notion de quantum d'énergie

Max Planck fit l'hypothèse que les constituants élémentaires du corps noir ne pouvaient **absorber ou émettre de l'énergie** électromagnétique que par des **quantités discrètes minimales** : l'énergie transférée doit être un multiple de **h**ν

$$E = h\nu = \hbar\omega \qquad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Avec :

h : la constante de Planck
ν : la fréquence en Hz
E : l'énergie en J ou eV
ω : la pulsation en rad.s^{-1}

L'énergie minimale qui peut se transmettre se nomme : **quantum d'action**

On remarque que même pour de **petites longueurs d'onde** (= fréquence élevée) les **quantités d'énergies** échangées restent **faibles** car elles doivent être multiple de la **constante de Planck** qui vaut : $\boldsymbol{h = 6,62.10^{-34}}$ **J.s**

Einstein va apporter quelques modifications à la thèse de Planck : selon lui, le rayonnement électromagnétique en lui-même n'existe pas. Ce sont des « **paquets d'ondes** », qu'il appelle des **quanta de rayonnement** qui sont responsable de ces **transferts d'énergie**. Ces quanta de rayonnement seront appelés par la suite « **photons** ».

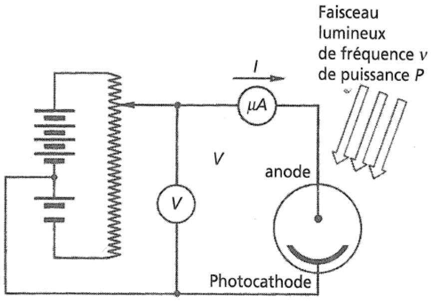
On introduit ici le lien entre un rayonnement purement ondulatoire et la notion de particule de lumière. (cf. Dualité onde-corpuscule plus loin)

Récapitulatif :

Corps noir : aucune énergie ne s'échappe, spectre continu qui dépend de la température	Quand la **température augmente,** λ_{max} **diminue** donc énergie augmente
Incandescence : lumière d'origine thermique, phénomène d'équilibre	L'énergie est transférée via des quantités discrètes : les **quanta d'énergie**

II. L'effet photoélectrique

A. Définition

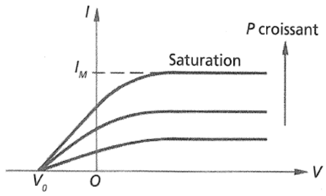


Certains **matériaux**, lorsqu'on les éclaire avec un certain **rayonnement** de **fréquence** ν et de **puissance P**, vont émettre des **électrons**. Ces matériaux sont appelés des **photocathodes.**

Ainsi, lorsqu'on éclaire une photocathode, des **électrons sont éjectés** puis **récoltés sur une anode** chargée positivement donc un mouvement d'électrons apparait, ce qui va créer un **courant d'électron**. Ce courant d'électron va donner un **courant d'intensité i** qui circule dans le sens contraire à celui des électrons (par convention..)

B. Application d'une tension

Si on génère une **tension V** positive dans ce circuit, on va augmenter la **vitesse des électrons**, et favoriser leur passage vers l'anode : on **renforce le courant**.



Pour une **tension nulle**, on remarque un **courant i non nul**, lorsque la **tension augmente**, le **courant i augmente** également jusqu'à atteindre un plafond : c'est le **courant de saturation**.

Pour obtenir un **courant nul** (= les électrons sont arrêtés) et annuler l'effet photoélectrique, il faut appliquer une **tension négative V_0**. Son module :$|V_0|$ représente la **contre tension maximale** à partir de laquelle **plus aucun courant** ne passe.

(Ndlr : La tension V_0 est négative, mais lorsqu'on parle de la contre tension maximale, on prend la valeur absolue)

Cette **contre tension maximale** va nous permettre de mesurer **l'énergie cinétique des électrons** en utilisant la loi de conservation de l'énergie.
Explication : au départ on a une **énergie cinétique non nulle**. Lorsqu'on atteint la **contre tension maximale**, l'énergie cinétique se convertit en énergie potentielle (qui pourra redevenir de l'énergie cinétique) et devient nulle.

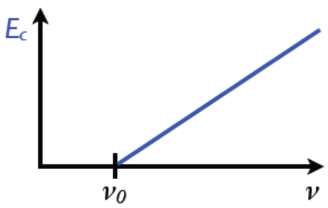
L'expression de l'énergie potentielle nous donne donc l'énergie cinétique initiale des électrons arrachés :

$$U = -e.V_0$$

Attention :

La tension a une valeur négative ici !

Ainsi, la **tension d'arrêt** ou **contre tension**, permet de mesurer **l'énergie cinétique des électrons**.



Si on s'intéresse à l'évolution de **l'énergie cinétique** en fonction de la **fréquence** du rayonnement incident, on obtient une droite affine (= droite ne passant pas par l'origine). A partir d'une **fréquence seuil ν_0**, plus la **fréquence** du rayonnement est **élevée**, plus **l'énergie cinétique** sera **importante.**

L'expression de **l'énergie cinétique** est : $E_c = h\nu - W$

W représente le **travail d'extraction**, c'est-à-dire l'énergie nécessaire pour arracher un électron de la photocathode.
Le **travail d'extraction** dépend donc du matériau utilisé, et s'exprime :

$$W = h\nu_0$$

Remarque :

On retrouve la constante de Planck initialement calculée pour la théorie du corps noir

W représente **l'énergie de liaison** de l'électron au matériau.

Ainsi, lorsque les électrons reçoivent une **quantité d'énergie** hν supérieure au **travail d'extraction**, l'électron va être arraché de la photocathode, et expulsé avec **une énergie cinétique** :

$$E_c = h\nu - W$$

C. Le courant

Le **courant** représente le **nombre d'électrons** qui circulent dans le circuit. L'intensité du courant généré **augmente** avec **la puissance** du rayonnement incident qui s'exprime :

$$P = n.E$$

Avec :

n : le nombre de photons
E : l'énergie de chaque photon en J
P : la puissance en Watt

La **puissance** varie dont en fonction du **nombre de photons** et de leur **énergie**, mais il est plus simple de faire varier le **nombre de photons** que leur énergie lorsque l'on utilise une source lumineuse.

L'intensité lumineuse va également influencer le **courant** : une **augmentation de l'intensité lumineuse augmente le courant**, c'est-à-dire qu'elle augmente le nombre d'électrons qui vont circuler (et non leur énergie !)

Le **courant augmente** aussi lorsqu'on applique une **tension**, jusqu'à un courant maximum : le **courant de saturation.**

Explication :

En fait, le rayonnement est capable d'arracher un certain nombre d'électrons de la photocathode et la **tension** va **augmenter la vitesse** à laquelle se déplace les électrons, du coup, **l'anode va les récolter plus rapidement**. Lorsque la **tension** devient **très élevée**, **l'anode collecte très rapidement** les électrons, à tel point que tous les électrons arrachés par le rayonnement seront collectés : le courant atteint son maximum, c'est le **courant de saturation.**

Récapitulatif :

Un rayonnement lumineux peut **arracher les électrons** de certains matériaux : les **photocathodes**

Les électrons sont **récoltés par une anode**

Pour arracher des électrons, il faut que l'**énergie** du rayonnement soit **supérieure** à **l'énergie de liaison des électrons** (= supérieur **au travail d'extraction**)

Il y a création d'un **courant i** qui **augmente** avec :
- ✓ **La puissance du rayonnement**
- ✓ **L'intensité lumineuse**
- ✓ **La tension** jusqu'à un maximum

Une **augmentation du courant** veut dire qu'on **augmente le nombre d'électrons**

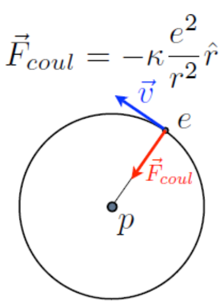
On peut utiliser une **contre tension négative** pour **annuler le courant** et **arrêter les électrons**

La **contre tension** permet de retrouver **l'énergie cinétique** des électrons

On retrouve l'importance de **<u>l'aspect corpusculaire</u>** du rayonnement électromagnétique

III. Stabilité et spectre des atomes

A. Le modèle de Rutherford



Lorsque l'on découvre l'électron, on commence à comprendre que la matière est formée d'atomes, eux même constitués d'électrons qui gravitent autour d'un noyau. Ils imaginent donc un **modèle planétaire** où l'électron tourne autour du noyau, sauf que cette fois on ne prend pas en compte la force gravitationnelle, mais la **force de coulomb** qui décroit également en $\frac{1}{r^2}$.

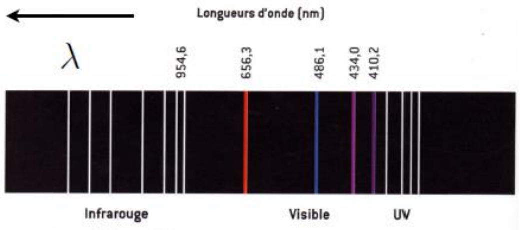
Néanmoins, ce modèle (= Modèle de Rutherford) possède deux limites : il **n'explique pas le spectre de raies** atomique observé expérimentalement et il ne permet pas d'expliquer la stabilité de l'atome

Explication :

Selon **les lois de l'électromagnétisme**, une charge ponctuelle subissant une accélération (centripète si le mouvement est uniforme) doit rayonner, et donc **perdre de l'énergie par rayonnement**. Si l'électron perd de l'énergie, il devrait se rapprocher du noyau jusqu'à s'écraser dessus, mais on voit que ce n'est pas le cas.

D'autre part, selon la **loi de Kepler**, on aurait dû avoir un **spectre continu**, mais on se retrouve avec **un spectre de raie**

Exemple : spectre de l'hydrogène



Spectre de l'atome d'hydrogène (1 nm = 10^{-9} m).

Suite à l'analyse du **spectre de l'hydrogène**, on remarque **trois raies** dans le domaine du visible : une **rouge**, une **bleue** et une **violette**

Il y a également d'autres raies dans le domaine des UV et des IF.

Balmer a travaillé dans le domaine du **visible**, **Lymer** dans l'**UV** et **Paschen** dans l'**IF**

Ce **spectre discontinu** peut être expliqué par la **loi de Rydberg** :

$$\frac{1}{\lambda_{\mathrm{nm}}} = R_{\mathrm{H}}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

Avec :

m : un entier plus petit que n
n : un entier plus grand que m
R_H : la constante de Rydberg

B. Le modèle de Bohr

Bohr va proposer un nouveau **modèle de quantification** en posant deux hypothèses :

- ✓ Seules **certaines orbites sont autorisées** pour les électrons
- ✓ Lors du passage d'une orbite à l'autre, il y a **absorption ou émission de photon**.

Il remarque également que $\frac{h}{2\pi}$ a les dimensions d'un **moment angulaire**. Le moment angulaire noté L correspond au **produit vectoriel** entre la **distance** qui sépare l'électron du noyau et la **quantité de mouvement** p :

$$L = r \wedge p$$

Rappel :

Le moment angulaire (= moment cinétique) : grandeur vectorielle décrivant l'état général de rotation d'un système autour d'un axe

Comme le **rayon** est **perpendiculaire à la vitesse**, il est également **perpendiculaire à la quantité de mouvement** car $p = mv$, on en déduit l'expression de la norme du **moment angulaire** :

$$L = r \wedge p = rp.sin(\Theta) = rp = rmv$$

Avec :

m : la masse de l'électron
v : la vitesse de l'électron
r : la distance électron/noyau

On cherche l'expression de **l'énergie totale** d'un électron gravitant autour du noyau.

En combinant cette hypothèse avec la mécanique classique, on peut utiliser le **principe fondamental de la dynamique** :

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}$$

On considère que électron a un **mouvement circulaire uniforme**, la seule force s'exerçant est **la force de Coulomb**

On a donc une **accélération centripète**, on en déduit l'équation suivante :

$$m.\frac{v^2}{r} = k.\frac{e^2}{r^2} \Leftrightarrow v^2 = k.\frac{e^2}{mr}$$

On en déduit ensuite l'expression de **l'énergie mécanique** de cet électron *(Ndlr : démonstration détaillée dans la fiche démo.)* :

$$E = -\frac{1}{2}k^2.\frac{m.e^4}{L^2}$$

En appliquant **l'hypothèse de Bohr** selon laquelle le **moment angulaire** est un multiple de $\hbar$, on obtient :

$$E_n = -\frac{1}{2}k^2.\frac{m.e^4}{\hbar^2.n^2} = -E_H.\frac{1}{n^2}$$

Avec :

m : la masse de l'électron
k : la constante de Coulomb
e : la charge élémentaire
n : un entier
E_H : une constante (13,6 eV)
a_0 : le rayon de Bohr (0,53 Å)

Ainsi, en partant de l'hypothèse que le **moment angulaire est un multiple de $\hbar$**, on retrouve l'équation rendant compte de l'énergie de l'atome d'hydrogène. On voit que seules **certaines énergies sont permises.**

De la même manière, seules **certaines orbites sont permises** et sont un multiple de $\hbar$:

$$r_n = a_0 n^2$$

Lorsqu'un électron passe d'une orbite à une autre, il y a **absorption ou émission de photon**. Les énergies des orbites étant quantifiées, **les photons** émis ou absorbés seront donc **quantifiés** eux-aussi et correspond à la différence d'énergie entre les deux niveaux.

Dans ces conditions, l'énergie du photon émis ou absorbé vaut : $h\nu = E_m - E_n$

L'hypothèse de Bohr apporte également la **solution** quant aux **raies émises par l'atome d'hydrogène**, et permet de retrouver la **loi de Rydberg**.

Explication :

L'énergie du photon peut s'exprimer : $E = E_m - E_n$

On a donc : $\nu = \frac{1}{h}.(E_m - E_n)$ $\quad \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{h}.(\frac{E_1}{m^2} - \frac{E_1}{n^2})$ $\quad \frac{1}{\lambda} = \frac{E_1}{hc}.(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})$

On retrouve ainsi la **loi de Rydberg**, avec : $R_H = \frac{E_1}{hc}$ $\quad \frac{1}{\lambda} = R_H.(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})$

Rappel :

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$\nu = \frac{E}{h}$$

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

L'**hypothèse de Bohr** est donc une hypothèse de **quantification** :
- ✓ Le **moment angulaire** des électrons est **quantifié**, ce qui implique que **l'énergie** des électrons autour des orbites est **quantifiée** également

L'hypothèse de Planck est également une hypothèse de **quantification** :
- ✓ **L'énergie du photon** d'un rayonnement électromagnétique est **quantifiée**

Néanmoins, cette hypothèse n'explique pas pourquoi l'électron qui tourne autour du noyau ne s'écrase pas sur le noyau à cause de l'énergie perdu par rayonnement.

C. La dualité onde-corpuscule

On a déjà vu que les ondes électromagnétiques peuvent être considérées d'une certaine manière comme des particules avec la notion de photon. Maintenant c'est l'inverse, **les électrons** considérés jusqu'ici comme des particules, on va imaginer qu'ils puissent **se comporter comme des ondes**.

L'électron a donc plusieurs propriétés :

- ✓ **Corpusculaire** : il possède une masse, une charge …
- ✓ **Ondulatoire** : dans certaines situations, il se comporte comme une onde

Autour du noyau, l'électron va avoir un **mouvement ondulatoire**, et pourra être décrit par une longueur d'onde λ. Pour avoir un **maximum de stabilité** et définir une **onde de révolution**, il faut que la **circonférence de l'orbite** sur laquelle gravite l'électron soit un **multiple de la** λ de l'électron. On a : $2\pi.r = n.\lambda$

On sait d'autre part que le **moment angulaire** doit être un **multiple de** $\hbar$, donc : $L = n.\frac{h}{2\pi}$

Par simplification (cf. fiche démo), on trouve : $\lambda = \frac{h}{p}$

On voit que la **longueur d'onde** d'un électron est associée à sa **quantité de mouvement** (via l'équation de Broglie)

Exemple cours : électron accéléré sous une différence de potentiel

On cherche à calculer la λ de l'électron, on sait que : $E_c = eV$

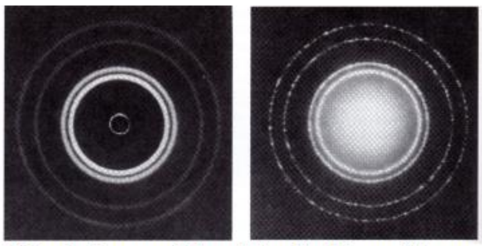
D'autre part : $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2.v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$

On en déduit une nouvelle expression de la **quantité de mouvement** :

$$p^2 = 2meV \Rightarrow p = \sqrt{2meV}$$

Ainsi, on trouve comme expression de la longueur d'onde : $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$

> **Rappel :**
>
> Par définition, l'énergie cinétique en eV d'un électron est donnée par la tension, en convertissant en joules on obtient : $E_c = e.V$



Diffraction des rayons X (à gauche) et d'un faisceau d'électrons (à droite) par des poudres de cristaux de nickel.

L'ordre de grandeur de la λ d'un électron correspond à la taille d'un atome (10^{-10}m). C'est pourquoi lorsque l'électron rencontre un obstacle de l'ordre de la taille d'un atome, on peut observer des **phénomènes de diffraction**.
La diffraction correspond à une onde qui ne se propage plus dans un faisceau, mais se disperse.
On observe une diffraction lorsque une longueur d'onde λ rencontre un **obstacle de même ordre de grandeur ou légèrement plus grand**.

Pour une fente de taille a, il faut donc que $\boldsymbol{p.a}$ soit du **même ordre de grandeur ou plus petit que la constante de Planck $\boldsymbol{h}$.**

Récapitulatif :

La **mécanique classique** n'explique pas le **spectre de raie**

Le **spectre de l'hydrogène** est analysé par :

- ✓ **Balmer** dans le **visible**, avec trois raies : **bleue, rouge** et **violette**
- ✓ **Lymer** dans l'**UV**
- ✓ **Paschen** dans l'**IF**

Le **spectre de raie** est expliqué par la **loi de Rydberg**

Le **modèle de Bohr** introduit deux hypothèses :

- ✓ Seules **certaines orbites** sont **autorisées**
- ✓ Lors d'un changement d'orbite, il y a **émission ou absorption** d'un photon **d'énergie quantifiée**

Un **électron** peut avoir un comportement **ondulatoire**, sa λ dépend alors de sa **quantité de mouvement**

Pour plus de **stabilité**, la **circonférence d'une orbite** autorisée est un **multiple de la** λ de l'électron

IV. Fonction d'onde et équation de Schrödinger

On cherche à décrire l'onde associée à une particule (ici l'électron). Par exemple, une onde électromagnétique est caractérisée par un champ électrique et un champ magnétique qui vibre en phase.

Schrödinger va proposer une **fonction d'onde** (= fonction complexe permettant de connaitre **l'amplitude de probabilité**, c'est-à-dire l'évolution de la probabilité de trouver la particule dans un certain volume autour d'un point) pour **caractériser l'onde** associée à une particule.

Cette fonction est du type exponentiel, elle dépend du **temps** (t) et **du point où on pourrait trouver notre particule** (r).

Elle associe une particule libre à une **onde plane progressive**

Cas particulier : le système stationnaire

On considère qu'un **système est stationnaire** lorsque son **énergie est conservée**. Dans cette situation, on obtient une **équation indépendante du temps**, on ne s'intéresse qu'à la composante spatiale de l'onde :

Cette équation permet de satisfaire l'équation différentielle dite de **Helmholtz** : $\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2.\psi(x) = 0$

A. Energie d'une particule dans un système stationnaire

Pour une particule de masse m, que l'on soumet à **un champ de force** dérivant d'une énergie potentielle U, son **énergie mécanique** s'écrit :

$$E = \frac{p^2}{2m} + U(\overrightarrow{r})$$

Rappel :

$\mathbf{E_t = E_c + U}$ (cf. mécanique)

$\mathbf{E_c = \frac{p^2}{2m}}$ (cf. plus haut)

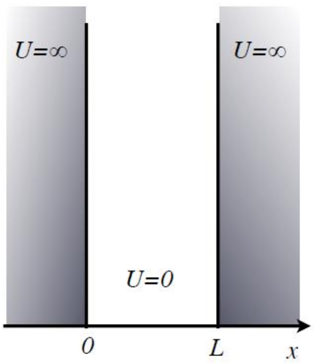
En remplaçant, on retrouve une expression de l'**équation stationnaire de Schrödinger** :

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U(\overrightarrow{r})].\psi(x) = 0$$

On parle d'équation d'Helmholtz lorsque l'énergie potentielle est nulle.

Cette équation à des solutions qui tendent vers l'infini lorsque **l'énergie tend elle-même vers l'infini**, sauf pour certaines **valeurs particulières** de l'énergie qui vont former le **spectre (de raie).**

B. Le puits plat infiniment profond



On s'intéresse à une **particule** qui obéit à l'équation de Schrödinger et se **comporte donc comme une onde.** On va l'obliger à rester dans une zone bien définie : une **zone de confinement**. Cette zone est entourée par deux murs infranchissable dont **l'énergie potentielle tend vers l'infini**, on retrouve deux bornes pour $x = 0$ et $x = L$.

L'énergie potentielle étant liée à une force, cela signifie qu'il y a une **force qui empêche la particule de sortir de la zone.**

On suppose également que **l'énergie potentielle** de la particule **est nulle dans cette zone** (elle est complètement libre)

Lorsque la particule se situe au niveau des **bornes**, **la fonction d'onde s'annule**.

En étudiant ce système, on retombe sur un phénomène typique de la physique quantique : **la quantification**

On nomme k le **nombre d'ondes**, elle représente le nombre de fois que l'on retrouve la longueur d'onde λ sur une distance $2\pi.x$.

On se rend compte que le **nombre d'onde** k doit respecter :

$$k = n\frac{\pi}{L}$$

Comme on avait posé $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, on se rend compte que :

$$L = n\frac{\lambda}{2}$$

Avec :

k : nombre d'onde
n : un entier
L : la largeur de la zone
λ : la longueur d'onde

La **largeur de la zone** de confinement va donc conditionner la **longueur d'onde** qu'aura la particule et indirectement, elle conditionnera les **énergies permises** que l'on exprime :

$$E_n = n^2\frac{\pi^2.\hbar^2}{2mL^2} = n^2.E_1$$

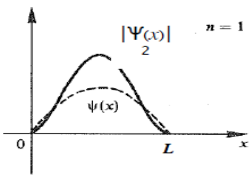
C. Interprétation probabiliste de la quantique

La **fonction d'onde** représente une amplitude de probabilité, et donc **indirectement, une probabilité**. On voit que l'interprétation de la mécanique quantique se fait de manière **probabiliste**.

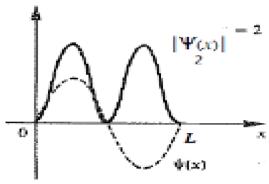
Comment obtenir une probabilité en partant de la fonction d'onde ?

Il faut élever la fonction d'onde au carré (pour que la probabilité soit toujours positive) et l'intégrer sur un intervalle de distance : on obtient la probabilité de trouver la particule dans l'intervalle en question

De cette manière, on obtient des courbes reflétant la probabilité de trouver la particule à un certain endroit :



Pour $n = 1$, on voit que l'on a le plus de chance de retrouver la particule au centre



Pour $n = 2$, on la retrouvera plutôt sur les côtés, mais très peu au centre

Récapitulatif :

La **fonction d'onde** caractérise une onde associée à une particule, et représente **indirectement une probabilité**

Elle dépend du **temps** et de la **position** de la particule

Un système est dit **stationnaire** lorsque son **énergie est conservée**, dans ce cas la **fonction d'onde** est **indépendante du temps** et répond à l'équation stationnaire de Schrödinger

L'équation d'**Helmholtz** possède des solutions pour des **valeurs particulières** de l'énergie qui vont former le **spectre de raie** de la particule

Le **nombre d'onde** (k) dépend de la **quantité de mouvement** et représente le nombre de fois que l'on retrouve λ sur une distance de $2\pi.x$

On peut enfermer une particule dans une zone entre deux murs infranchissables :

- ✓ Dans la **zone**, **l'énergie potentielle de la particule est nulle**
- ✓ Les **murs** ont une **énergie potentielle** qui **tend vers l'infini**

La **fonction d'onde s'annule sur les bornes** de la zone

La **largeur de la zone de confinement conditionnera la** λ de la particule et son énergie

En partant de la **fonction d'onde**, on peut prédire la **probabilité** de trouver la particule à un endroit donné

La **mécanique quantique est probabiliste** et n'est pas valable à l'échelle macroscopique

V. La relation d'incertitude d'Heisenberg

A. La limitation fondamentale

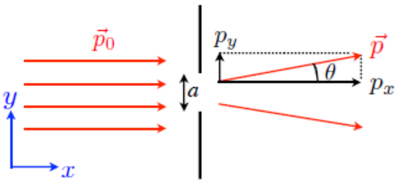
Le **principe d'Heisenberg** est essentiellement déduit de l'équation de Schrödinger. Il dit que lorsqu'on mesure la quantité de mouvement et la position d'une particule, il existe alors une **incertitude sur chaque valeur** au moins égal à $\frac{\hbar}{2}$.

De plus, l'incertitude sur la position varie en sens **inverse** de l'incertitude sur la vitesse et donc sur la quantité de mouvement

On en déduit qu'un **électron confiné** ne pourra jamais être au repos, il aura **forcément** une certaine **vitesse** !

Il existe donc une limite à la précision que l'on peut avoir sur la localisation d'une particule. De plus, **cette incertitude** se retrouve également sur la **mesure temps** et de l'**énergie**

Cas de la diffraction par fente



L'ordre de grandeur de l'incertitude sur la position selon y correspond à l'ouverture de la fente a

L'ordre de grandeur de l'incertitude sur la quantité de mouvement correspond à $\frac{h}{a}$

Ces relations d'incertitudes impliquent une notion importante : **la taille du système détermine l'ordre de grandeur de son énergie**

VI. Effet tunnel et microscopie

A. L'effet tunnel

D'après la théorie de la mécanique classique, lorsqu'une particule rencontre une « **barrière d'énergie potentielle** » plus importante que sa propre énergie, elle **ne peut pas la traverser**, elle va s'arrêter au niveau de la barrière et éventuellement repartir dans l'autre sens.
Par exemple, une particule ne peut pas traverser une plaque de métal

En **mécanique quantique**, on voit que ce n'est pas le cas : il existe une certaine **probabilité** pour que la masse se retrouve de **l'autre côté de la barrière d'énergie potentielle** si cette dernière n'est **pas infinie**

La **probabilité** qu'une particule **passe une barrière d'énergie potentielle** dépend de la **largeur de la barrière**, mais également de **la longueur d'onde** de la particule :

$$P = \frac{16E(U_0 - E)}{U_0^2}\, exp(-\frac{2\delta}{\lambda_0})$$

Avec :

E : l'énergie de la particule
U : L'énergie potentielle de la barrière
δ : la largeur de la barrière
λ : la longueur d'onde

D'autres paramètre pouvant modifier cette probabilité sont : la charge ou encore la masse de la particule

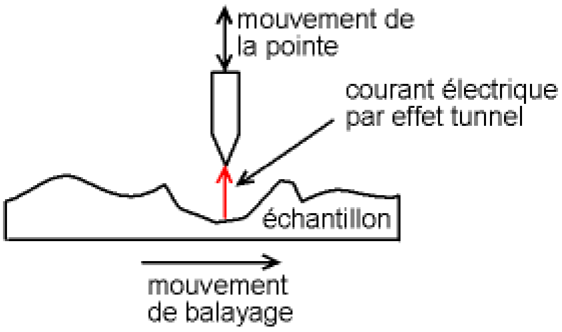
B. Le microscope à effet tunnel

Prenons la probabilité qu'un électron traverse une barrière d'énergie potentielle, même si cette probabilité est de l'ordre du millionième, comme on retrouve plusieurs milliards d'électrons dans la matière, il y aura en moyenne mille électrons qui vont franchir cette barrière.

C'est ce phénomène qui est exploité dans la **microscopie à effet tunnel**. L'avantage de ce type de microscope est que l'on s'affranchi des phénomènes de diffraction, la précision est alors de l'ordre du Angström !

Explication :

Même pour un matériau plats et poli, à l'échelle microscopique, il y a toujours une **certaine rugosité** (= relief). Pour avoir une idée de ce relief, on va placer une aiguille métallique au niveau de la surface du matériau, puis la déplacer dans une direction donnée.



Normalement, aucun électron ne devrait aller vers l'aiguille, car pour cela il faudrait fournir assez d'énergie pour l'arracher du matériau. Néanmoins, par **effet tunnel**, il y aura quelques électrons qui vont aller vers l'aiguille : comme il y a un déplacement d'électron, il y a apparition **d'un courant.**

La **probabilité** que l'électron se déplace vers l'aiguille, et franchisse donc une barrière d'énergie potentielle, varie en fonction de **l'épaisseur de la barrière** et de **la distance**. Si la **probabilité** qu'un électron passe **varie**, le **courant va varier proportionnellement.**

En étudiant les variations du courant, on peut avoir une idée du relief à l'échelle microscopique