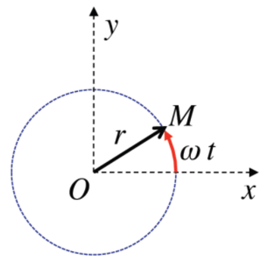
PAES – Tut'rentrée 2011-2012
PHYSIQUE GENERALE
Professeur Sépulchre

Mouvement circulaire uniforme :

Position	Vitesse	Accélération
x(t) = r cos(ωt)	$v_x(t) = -\omega r \sin(\omega t)$	$a_x(t) = -\omega^2 r \cos(\omega t)$
y(t) = r sin(ωt)	$v_y(t) = \omega r \cos(\omega t)$	$a_y(t) = -\omega^2 r \sin(\omega t)$
z(t) = 0	$v_z(t) = 0$	$a_z(t) = 0$
$\Vert\overrightarrow{OM}(t)\Vert = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = r$	v = ω r	$a = \dfrac{v^2}{r} = \omega^2 r$



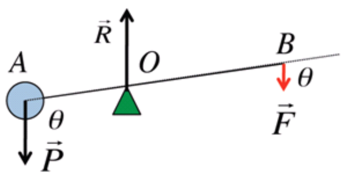
Il est utile de décomposer l'accélération comme la somme vectorielle de:

- $\mathbf{a}_T(t)$, la composante tangentielle, colinéaire à **v**(t)
- $\mathbf{a}_N(t)$, la composante normale, perpendiculaire à **v**(t).
- Si la trajectoire est courbe, $\mathbf{a}_N(t)$ est dirigé vers l'intérieur. Si le mouvement est rectiligne $\mathbf{a}_N(t)=0$.
- Si le mouvement est circulaire uniforme, $\mathbf{a}_T(t)=0$.

Position du centre d'inertie G d'un corps constitué de masses ponctuelles m_i : $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{m}\sum m_i \overrightarrow{OM_i}$

1^ère loi de Newton : $\overrightarrow{a_G} = 0 \Leftrightarrow \sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$
2^ème loi de Newton : $m\overrightarrow{a_G} = \sum \overrightarrow{F_{ext}}$
3^ème loi de Newton : $\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}$

Un corps solide est en équilibre statique si tous ses points sont au repos $\Leftrightarrow \sum \vec{F_i} = \vec{0}$ et $\sum \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F_i} = 0$



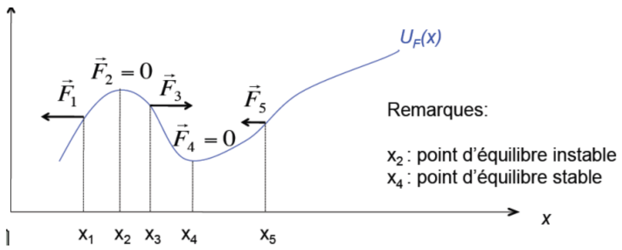
$$F = P\,\frac{OA}{OB}$$

Exemple :
Sur une bascule, on applique une force de valeur x sur le coté 3x plus long que l'autre ; quelle valeur en F (en N) doit-on appliquer au coté plus court ?
Réponse : $F = 3x$ N

	Force	Travail	Energie potentielle
Poids (pesanteur)	$-mg$	$-mg\,(z_B - z_A)$	mgz
Ressort (élasticité)	$-kx$	$-\frac{k}{2}(x_B^2 - x_A^2)$	$\frac{1}{2}kx^2$
Electrostatique (de Coulomb)	$k\frac{Qq}{r^2}$ (additive)	$-kQq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$	$k\frac{Qq}{r}$

avec $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9\ N.m^2.C^{-2}$

$\rightarrow F_x = -\dfrac{dU_F}{dx}$



Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

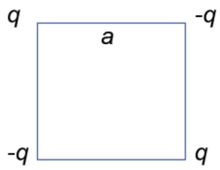
Champ électrique : C'est la force électrique $\left(\vec{F} = q\vec{E}\right)$ qui s'exercerait sur une charge unité $(q = 1C)$ placée en un point donné.
Les directions tangentes aux lignes de champ représentant un champ électrique indiquent la direction et le sens de ce champ électrique.

Travail d'une force : $W_{AB} = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}).d\vec{r}$
Une force est conservatrice si W_{AB} $(\vec{F})$ ne dépend que des points de départ et d'arrivée A et B.
Les forces de pesanteur, d'élasticité et de Coulomb sont conservatives.

$U_F(B) - U_F(A) = W_{BA}$ ⇒ la fonction U_F = énergie potentielle, définie à une constante prés.
Lorsque $W_{BA} > 0$, le potentiel ↗ en allant vers B et ↘ en allant vers A ⇒ la force favorise le déplacement de B vers A.

Fonction énergie potentielle :
$U(\vec{r_1};\vec{r_2};\ldots;\vec{r_n}) = k\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{q_i q_j}{|\vec{r_j}-\vec{r_i}|}$ *avec i < j*
U < 0 ⇒ système lié *(il faut fournir l'énergie -U pour dissocier la structure)*
U > 0 ⇒ système instable *(le système peut libérer une énergie U en se dissociant)*

Exemple :
Calculer l'énergie électrostatique de 4 charges placées sur les sommets d'un carré de côté a.

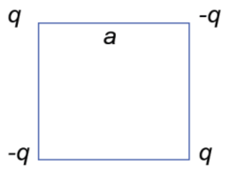


Réponse : $U = 2\frac{q^2}{a\sqrt{2}} - 4\frac{q^2}{a} = k\frac{q^2}{a}2\left(\frac{1-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) J$

Différence de potentiel électrique entre B et A = tension électrique : travail de la force électrique sur une charge d'unité lorsqu'elle se déplace de B vers A = différence d'énergie potentielle d'une charge unité entre ces deux points : $V_B - V_A = \int_B^A qE(\vec{r})\,d\vec{r}$ ⇒ 1V = 1 J.C^{-1}

Fonction potentielle électrique :
$V(\vec{r}) = k\sum_{i=1}^{N}\frac{q}{|\vec{r}-\vec{r_i}|}$ ⇒ décrit le champ potentiel électrique créé par une distribution de charges ponctuelles quelconque.

Exemple :
Calculer le potentiel électrique au centre d'un carré de coté a formé de 4 charges.



Réponse : $V = 2k\frac{q}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} + 2k\frac{-q}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 0\,V$

Energie cinétique : $Ec = \frac{1}{2}mv^2$
Théorème de l'énergie cinétique : $Ec(B) - Ec(A) = W_{AB}$ ⇒ loi de conservation de l'énergie totale.

Dipôle électrique : distribution de 2 charges +q et -q placées en deux points.

Moment dipolaire du dipôle :
$\vec{p} = 2\,a\,q\,\vec{u}$
(ordre de grandeur : p = 1,6.10^{-29} C.m pour q = 1 e)

Exemple :
Calculer le moment dipolaire de la molécule HCl sachant que la distance séparant les 2 atomes et 10^{-10}m.
Réponse : $p = 10^{-10} * (17+1) * 1{,}6.10^{-19}$
$= 2{,}88.10^{-28} C.m$

Potentiel électrique d'un dipôle :
$V(M) = k\,\frac{\vec{p}.\hat{r}}{r^2}$

Exemple :
Calculer le potentiel électrique crée par HCl à un point distant de 3m.
Réponse : $V = 9.10^9 * \frac{2{,}88.10^{-28}}{9} = 2{,}88.10^{-19}\,V$

Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

Force sur un dipôle dans un champ $\vec{E}$ constant : $\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}$
Energie potentielle d'un dipôle dans un champ électrique : $U(\theta) = p\,E\,(1 - cos\theta)$ *ou* $= -pE\,cos\theta$

Moment dipolaire induit : $\vec{p} = \alpha\,\vec{E}$ *(concerne les molécules symétriques → molécules non polaires)*
Moment dipolaire permanent : $\vec{p} = \alpha\,\vec{E}$ *avec α plus élevé (barycentre₊ ≠ barycentre₋ → molécules polaires) ; α d'une molécule polaire ↘ quand T ↘.*
Interaction dipôle-ion → SOLVATATION dans un solvant polaire ⇒ *la mobilité des ions est réduite.*
Interaction dipôle-dipôle → à la base des forces de Van Der Waals (forces à courtes portées rendant compte du changement de matière).

Charge d'un condensateur : $Q = V\,C$ *avec* C = *capacité du condensateur en F (Farad)*
Capacité d'un condensateur : $C = \frac{\varepsilon_0\,S}{d}$ *dans le vide (avec* $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ *S.I.)*
Permittivité d'un matériau : $\varepsilon = \varepsilon_0\,\varepsilon_r$, ε_r dépend de la fréquence lorsque le courant est alternatif.
Energie emmagasinée dans un condensateur : $W = \frac{1}{2}CV^2$

Exemple :
Calculer la charge et l'énergie emmagasinée d'un condensateur constitué de 2 plaques d'1cm² séparées d'1mm soumis à une tension de 10V dans le vide.
Réponse :
$C = 8{,}85.10^{-12} * \frac{10^{-4}}{10^{-3}} = 8{,}85.10^{-13}F$
$Q = 10 * 8{,}85.10^{-13} = 8{,}85.10^{-12}C$
$W = \frac{1}{2} * 8{,}85.10^{-13} * 10^2 = 4{,}43.10^{-11}J$

Diélectriques : matériaux sans charges libres mais sujets au phénomène de polarisation.
Conducteurs : matériaux possédant des charges libres pouvant se laisser traverser par un courant.

Loi d'Ohm : $V_A - V_B = R_{AB} I$
Puissance consommée : $P = R_{AB} I^2$

Lois des nœuds : *(conservation du courant)* la somme des courants qui entrent par un nœud est égale à la somme des intensités de courant qui en sortent.
Loi des mailles : *(conservation de l'énergie électrique)* la somme algébrique des tensions le long d'un circuit fermé du réseau s'annule.

RAPPEL :
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Equation de la dynamique d'un e⁻ libre : $m\frac{dv}{dt} = eE - \beta v$ ⇒ *Vitesse de dérive (max) :* $v_0 = \frac{eE}{\beta}$

↳ *Temps moyen entre 2 collisions :* $\tau = \frac{m}{\beta}$

Coefficient de viscosité : $\beta = \frac{k_B\,T}{D}$ *avec* $k_B = 1{,}4.10^{-23}$ *J.K⁻¹ ; D = coef. de diffusion*

↳ $v_0 = \frac{eE\,D}{k_B\,T}$; $\tau = \frac{m\,D}{k_B\,T}$

Résistance : $R = \frac{k_B\,T}{N_0 e^2 D}\,\frac{L}{S}$
Résistivité ρ et conductivité σ : $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{k_B\,T}{N_0 e^2 D}$
R est proportionnelle à L et inversement proportionnel à S.

Solide :
si T ↗ ⇒ D → et ρ ↗
Liquide :
si T ↗ ⇒ D ↗ et ρ ↘

Exemple :
La conductivité d'un fil électrique est de 200 S.m⁻¹, quelle est la résistance induite par ce fil de longueur 31,4cm et de rayon 1mm ?
Réponse : $R = \frac{1}{\sigma} * \frac{L}{S} = 0{,}005 * \frac{31{,}4.10^{-2}}{\pi.(10^{-3})^2} = 500\ \Omega$

Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.

avec K et ω_0 = cstes	**K**	**ω_0**
Ressort	$\frac{2E}{m}$	$\sqrt{\frac{k}{m}}$
Pendule	$\frac{2E}{ml^2}$	$\sqrt{\frac{g}{l}}$
Circuit LC	$\frac{2E}{LC^2}$	$\sqrt{\frac{1}{LC}}$

Conservation de l'énergie totale : E = Ec + Ep

Equation d'un oscillateur harmonique : $K = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + {\omega_0}^2 x^2$

Proche de l'équilibre, le pendule est un oscillateur harmonique ($\vec{f}$ négligeable)

Oscillations harmoniques : $x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$

avec A = amplitude fixée par l'énergie du système,
ω_0 = pulsation propre de l'oscillateur, ne varie par avec A,
φ = phase, dépend du choix des C.I.

Période : $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ ➔ **Pulsation :** $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \nu . 2\pi \Rightarrow$ la pulsation ω est une vitesse angulaire (rad.s^{-1})

Equation d'un oscillateur harmonique ralenti *(ressort)* **:** $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = -\gamma \frac{dx}{dt} - {\omega_0}^2 x$ où $\begin{cases} \gamma = \frac{\beta}{m} \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases}$

Oscillations amorties pseudo périodiques : $x(t) = A\, e^{-\frac{\gamma}{2}t} \sin(\omega_1 t + \varphi)$

Les oscillations amorties pseudo-périodiques ont lieu si : ${\omega_1}^2 = {\omega_0}^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2$

Facteur de qualité : $Q = \frac{\omega_0}{\gamma}$

↗ si l'amortissement ↘, l'oscillateur est un résonateur et $\frac{Q}{\pi}$ proche de τ/T_1

Temps d'amortissement : $\tau = \frac{2}{\gamma}$

Pseudo-période : $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$

Ordre de grandeur du nombre d'oscillations : $\frac{\tau}{T_1} = \frac{\omega_1}{\gamma\pi}$

Lorsqu'un oscillateur est amorti, on peut encore obtenir des oscillations périodiques en soumettant le système à un forçage périodique. Il existe alors un ***régime entretenu*** *avec des oscillations de fréquence identique à celle du forçage périodique :* $x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Phénomène de résonance : si $Q \gg 1$ A$_{max}$ pour $\omega \in \left[\omega_0 - \frac{\gamma}{2} ; \omega_0 + \frac{\gamma}{2}\right]$ *(=bande passante du résonateur)*

Fréquences propres au corps humain : 2 à 80 Hz

Oscillateurs couplés :

- Modes propres : mouvements périodiques des oscillateurs où les masses ponctuelles passent pas leur position d'équilibre toutes au même moment.
  - Mode symétrique : $\omega_s = \sqrt{\frac{g}{l}}$ (identique à la pulsation propre d'un seul pendule)
  - Mode anti-symétrique : $\omega_s = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{2k}{m}}$
- *Les mouvements apériodiques complexes peuvent être décomposés en mouvements plus simples grâce aux modes propres.*
- Phénomène de battements : oscillations périodiques dont l'amplitude est modulée en alternance au cours du temps.

Le tutorat est gratuit. Toute reproduction ou vente est interdite.