Lois cinétiques

I. Loi de décroissance d'une population de noyaux radioactifs

La radioactivité est un phénomène statistique : tout nucléide instable est destiné à se désintégrer de manière aléatoire et de façon stationnaire dans le temps.

a) La constante radioactive λ

La constante radioactive λ est la probabilité qu'un noyau radioactif se désintègre durant un temps t :

$$\boxed{P(dt) = \lambda.dt} \qquad \text{unité de } \lambda : \mathbf{s^{-1}}$$

NB : Il ne dépend que du nucléide et non des conditions physiques ou chimiques, ni du nombre initial de nucléides

b) Evolution du nombre de noyaux

Le nombre de noyaux radioactifs après un temps t est donné par la loi de décroissance :

$$\boxed{N(t) = N(0) \times e^{-\lambda t}} \quad \text{avec } N(0) = \text{nombre de noyaux présents au temps } t = 0$$

On a donc une **diminution exponentielle** du nombre de noyaux radioactifs

II. Période radioactive

a) Définition et utilisation pratique

La période radioactive T est le temps au bout duquel l'effectif de la population est réduit de moitié, c'est-à-dire $N(T) = \frac{N(0)}{2}$:

$$\boxed{T = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0,7}{\lambda}} \qquad +++$$

Pour un nombre entier k de période T, le nombre de noyaux restants est :

$$N(k.T) = N(0) \times \left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{N(0)}{2^k}$$

Donc si un temps correspondant à **2 fois T** s'écoule, il ne restera plus que **25%** des nucléides initiaux, si un temps correspondant à **3 fois T** s'écoule il ne restera plus que **12,5%** des nucléides initiaux etc… (note tutrice : ça marche comme pour la CDA 😉)

Au bout de **10T**, on considère que le radionucléide a **quasiment disparu**.

b) Période effective en physiologie

- La période d'un élément radioactif est appelée **période physique** ou **période radioactive**, on la note $\mathbf{T_{radio}}$
- Mais il faut aussi prendre en compte l'élimination **biologique** de molécules pas forcément radioactives qui sont **introduites dans l'organisme** que l'on note $\mathbf{T_{bio}}$
- Ainsi, si on introduit un élément radioactif chez une personne (par exemple pour un examen d'imagerie), sa période effective d'élimination notée $\mathbf{T_{eff}}$ sera donnée par :

$$\boxed{\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{T_{radio}} + \frac{1}{T_{bio}}} \qquad +++$$

III. Activité d'un radioélément

L'**activité d'un élément radioactif** à un instant t est $\boxed{A(t) = \lambda N(t)}$

avec N = nombre de noyaux radioactifs susceptibles de se désintégrer
λ = constante radioactive

L'**activité** d'un élément correspond au **nombre de désintégrations radioactives par unité de temps**.

- L'**unité** de l'activité est le **Becquerel** (Bq) : **1Bq = 1 désintégration par seconde**
- On utilise aussi le **Curie** (Ci) : 1 Ci = activité d'1g de radium = $3{,}7 \times 10^{10}$ Bq
- Pour passer facilement de l'un à l'autre, on utilise la relation **1mCi = 37MBq**

On peut exprimer l'activité A en fonction de T : $A(t) = A(0) \times e^{\frac{0{,}7t}{T}}$ en exprimant T et t dans la même unité

- Pour un temps t = T : $\boxed{A(T) = \frac{A(0)}{2}}$
- Pour un temps t = k.T (un nombre entier de fois la période) : $\boxed{A(kT) = \frac{A(0)}{2^k}}$ +++
- Au bout d'un temps **t = 10T**, l'activité est inférieure à 0,1% de l'activité initiale : on considère qu'un radionucléide a totalement disparu après un temps égal à 10 fois sa période

<u>Relation entre la masse et l'activité</u> :

- Masse d'un atome en g : $m = \frac{M}{N_A}$

avec M = masse molaire en $g.mol^{-1}$ proche du nombre de masse A
N_A = nombre d'Avogadro = $6{,}022 \times 10^{23}$ mol^{-1}

- Masse responsable d'une activité A(t) : m(t) = N(t) x masse d'un atome

$$\leftrightarrow \quad \boxed{m(t) = \frac{A(t)}{\lambda} \times \frac{M}{N_A} = \frac{A(t) \times T}{\ln 2} \times \frac{M}{N_A}}$$

Remarque : faites bien attention aux unités → m en g, M en $g.mol^{-1}$, T en s et λ en s^{-1}, A en Bq

IV. Cinétique des filiations radioactives

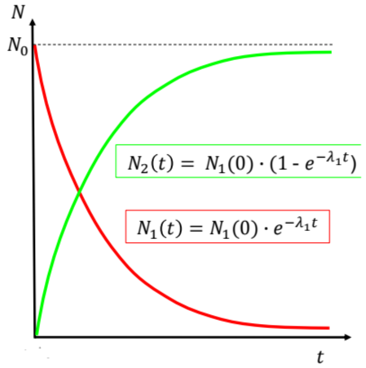
- La cinétique des filiations radioactives concerne l'évolution dans le temps du nombre de noyaux ou des activités des nuclides pères et des nuclides fils.
- Ce noyau fils peut être stable ou également radioactif.
- Dans les applications médicales, utilisation fréquente d'un radioélément à décroissance rapide, fils d'un radioélément à période plus courte.

<u>conseil</u> : regardez bien les courbes elles résument bien le texte ☺

a) 1ère situation : formation d'un nucléide stable

$$^*X_1 \rightarrow X_2$$

Père radioactif — Fils stable



A tout instant t, le **nombre de noyaux total** est **conservé** : $N_1(t) + N_2(t) = N_1(0)$

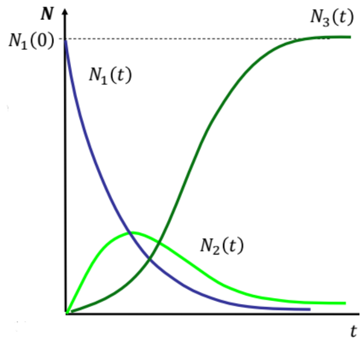
A t= 0, le père ne s'est pas encore désintégré, puis il **décroit** selon la loi de décroissance radioactive mais le fils **croit** selon une exponentielle, qui est la **symétrique de la décroissance**. Au bout d'un moment le nombre de père a quasiment disparu et le nombre de fils arrive quasiment au nombre de père initial (N0).

L'activité du père $A_1(t) = \lambda N_1(t) = A_1(0) \cdot e^{-\lambda 1 t}$ et l'activité du fils est **nulle** car il est **stable**.

b) 2ème situation : formation d'un nucléide instable : cas général

$$^*X_1 \rightarrow {}^*X_2 \rightarrow X_3$$

RA — RA — Stable



A tout instant t, le **nombre de noyaux total** est **conservé** : $N_1(t) + N_2(t) + N_3(t) = N_1(0)$

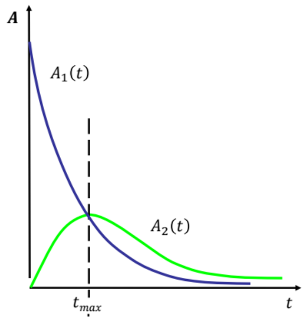
L'effectif du père décroit selon la loi exponentielle de tout à l'heure.

Par contre, vu que le fils est **radioactif**, il va se désintégrer :
- d'abord le nombre de noyaux fils $N_2(t)$ **augmente** car le noyau père se désintègre en noyau fils
- puis le nombre de noyaux fils $N_2(t)$ **diminue** car il est radioactif donc il se désintègre en noyau petit fils dont le nombre ne fait qu'augmenter car il est stable. A la fin, $N_3 = N_1(0)$

Si on résonne avec les activités, l'activité du fils **augmente rapidement** car on a une décroissance rapide du père, puis on a un **plateau à t_{max}** où l'activité du fils est maximale, puis l'activité **diminue**.

$t_{max} = \frac{\ln\lambda 2 - \ln\lambda 1}{\lambda 2 - \lambda 1}$ et quand t = tmax on a $A_1(t) = A_2(t)$

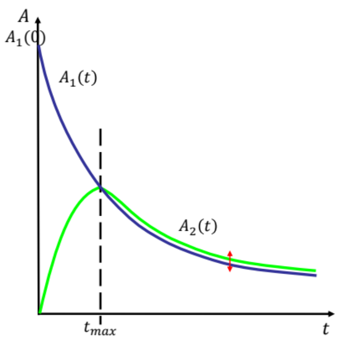
L'activité de l'échantillon est la somme de l'activité A_1 du père et de l'activité A_2 du fils.



c) 3ème situation : Formation d'un nucléide instable : cas particulier de l'équilibre de régime : $\lambda_1 < \lambda_2$ ($T_1 > T_2$)

$$^*X_1 \rightarrow {}^*X_2 \rightarrow X_3$$

RA — RA — Stable



Pour tout **t > t_{max}**, l'activité du fils est égale à celle du père multipliée par un facteur de proportionnalité : $A_2(t) = A_1(t) \cdot \frac{\lambda 2}{\lambda 2 - \lambda 1}$

Donc pour t > t_{max} : le fils décroit avec le père, ils suivent la même cinétique de décroissance, avec un petit décalage des 2 courbes, qui correspond au facteur proportionnel. Le père et le fils décroissent ensemble selon la **période du père** : ils sont **en équilibre**.